

Tfy-0.1061 Fysiikka 1

Tentti, 11.1.2011

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

Vaihtoehto A: vastaa **tehtävään 1** sekä valintasi mukaan **kolmeen muuhun** tehtävään. Kurssiarvosana määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteiden perusteella.

Vaihtoehto B: vastaa **kaikkiin** tehtäviin. Kurssiarvosana määräytyy tämän tentin perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta A huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon B mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia. Voit vastata kysymyksiin suomeksi, ruotsiksi tai englanniksi.

1. **Pakollinen tehtävä.** Katso myös kokeen lopussa olevaa aputietolistaa.

a) Laske seuraavat integraalit:

$$\int \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$$
$$\int_0^{\infty} v^3 e^{-5v^2} dv$$

Ensimmäisessä tapauksessa tee sijoitus $x = \tan t$ ja sovelta trigonometrian kaavoja. Toisessa tapauksessa tee sijoitus $v^2 = u$ ja osittaisintegrooi. (4p)

b) Määritä yleinen ratkaisu differentiaaliyhtälölle

$$RI + L \frac{dI}{dt} = E_0 \sin(\omega t),$$

missä R , L , E_0 ja ω ovat positiivisia vakioita ja $I = I(t)$. (4p)

2. Kvanttimekaniikan mukaan mikromaailman hiukkaset ilmentävät tietyissä tilanteissa aaltomaisia ominaisuuksiaan.

a) Tarkastellaan elektronia, joka sijaitsee jossain päin vetyatomia (säde noin 1 Å). Arvioi elektronin pienin mahdollinen kineettinen energia ja vertaa tätä elektronin sidosenergiaan vetyatomissa (suuruusluokkatarkastelu riittää). (4p)

b) Hyvä ystäväsi Seppo on kiivennyt metrin korkeudella olevan kirjoituspöydän pöytälevyn päälle. Seppo pudottaa pienen metallikuulan (massa 1 mg, halkaisija 2 mm) pöytään porasta ympyränmuotoisesta reiästä (halkaisija 1 cm) suoraan alaspäin. Tarkalleen tämän reiän alapuolelle on lattiaan näverretty pieni kuoppa (halkaisija myöskin 1 cm), johon Seppo yrittää saada kuulan putoamaan. Sepon käsi on yllättävän tarkka, mutta mitä sanoo kvanttimekaniikka asiasta: meneekö kuula kuoppaan? (4p)

3. Kvanttimekaniikan avulla pystytään selittämään kaikki keskeiset atomin ominaisuudet huomattavasti paremmin kuin mihin Bohrin semiklassinen hömppämalli ikinä kykenee.

a) Mitä sanottavaa kvanttimekaniikalla on vetyatomien elektronien energiatiloista, kulmaliikemäärästä sekä sijainnista atomissa? (3p)

b) Tarkastellaan vetyatomien perustilaa ja sen aaltofunktiota, jonka lauseke pallokoordinaateissa on

$$\psi_{100}(r, \theta, \phi) = C e^{-r/a_0},$$

missä $a_0 \approx 0,5 \text{ \AA}$ on Bohrin säde ja C on vakio. Määritä C siten, että aaltofunktio on oikein normitettu. Mikä r :n arvo vastaa elektronin todennäköisintä etäisyyttä ytimestä? Pallokoordinaateissa differentiaalinen tilavuuselementti on $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$. Osittaisintegrointi auttaa pahimmasta pulasta. (5p)