

Aalto-yliopisto — Teknillinen korkeakoulu  
Sovelletun mekaniikan laitos

Ene-39.4037 Laskennallisen virtausmekaniikan ja lämmönsiirron perusteet  
Tentti 20.12.2010

Tenttipaperiin selvästi nimi, opiskelijanumero tarkistusosineen ja koulutusohjelma.

1. Selvitä seuraavat käsitteet ja niiden merkitystä laskennallisessa virtausmekaniikassa (3p):

- kompakti differenssi
- hyvin asetettu probleema
- vuo

2. Määritä yhtälöryhmän

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) &= 0 \\ g \frac{\partial}{\partial x}(h) + u \frac{\partial}{\partial x}(u) + v \frac{\partial}{\partial y}(u) &= 0 \\ u \frac{\partial}{\partial x}(v) + g \frac{\partial}{\partial y}(h) + v \frac{\partial}{\partial y}(v) &= 0 \end{aligned}$$

tyyppi (6p).

3. Diskretoi konvektio-diffuusioyhtälö

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

ajan suhteen eksplisiittisesti, konvektiotermin keskeisdifferenssillä ja diffuusiotermiä symmetrisesti. Mitkä ovat tämän approksimaation katkaisuvirheen kaksi korkeimman kertaluvun termiä? Kirjoita näkyviin myös virhetermien kertoimet (6p).

4. Johda derivaatalle  $d^2T/dx^2$  mahdollisimman tarkka approksimaatio pisteessä  $i$  käyttäen  $T$ :n arvoja kolmessa peräkkäisessä pisteessä  $[i-2, i-1, i]$ . Mikä on approksimaation katkaisuvirhe? Millaiseen tilanteeseen tämä diskretointi voisi sopia ja millaisiin tilanteisiin se sopii huonosti? Ehdota jotain korvaavaa menettelyä (6p).

5. Tehtävänäsä on simuloida öljyvuotoa merenalaisesta lähteestä. Alueen laajuuden vuoksi tilanne voidaan käsitellä kaksidimensioisena, jossa vuotokohta on pistelähde. Öljy nousee pintaan lautaksi ja simulointi voidaan tehdä konvektio-diffuusioyhtälöllä. Nopeusjakaumat tiedetään merivirtojen perusteella ja diffuusio-kerroin melle tunnetaan laskentakaavat. Tiedetään lisäksi, että öljy haihtuu ja haihtuminen on suoraan verrannollinen öljykerroksen paksuuteen. Pyri kuvaamaan kvalitatiivisesti laskenta-algoritmissa käytetyt menetelmät, tarvitsemasi reunaehdot,