

Mat-1.1220 Matematiikan peruskurssi S2

1. välikoe 21.2.2011

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Ei laskimia eikä taulukkokirjoja! Koeaika on kolme tuntia.

1. Totta vai tarua? Perustele. (2p / kohta)

- Jos $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, niin $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ suppenee.
- Sarja $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$ suppenee.
- Kohdan b) sarja suppenee itseisesti.

2. Vektorit $(2, -1, 2)$ ja $(-1, -2, 1)$ virittävät tason. Tason etäisyys origosta on $5\sqrt{2}$ ja se leikkaa x -akselin positiivisessa kohdassa. Mikä on tason yhtälö? (6p)

3. Tutki, voidaanko funktio

$$\frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (y - x)^2}, \quad (x, y) \neq (0, 0)$$

määritellä origossa siten, että siitä tulee jatkuva. (6p)

4. Olkoon $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = \sin(xyz)$.

- Määritä funktion f suunnattu derivaatta pisteessä $\mathbf{x}_0 = (\pi, 1, 1)$ suuntaan $(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$. (3p)
- Tarkastellaan funktion f käyttäytymistä käyrällä $\mathbf{r}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3)$. Laske funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(t) = f(\mathbf{r}(t))$ derivaatta pisteessä $t = 0$. (3p)