

## Mat-1.1210 Matematiikan peruskurssi S1

### 2. välikoe 15.11.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa saa käyttää YO-kokeessa hyväksyttyä laskinta. Koeaika on 3h.

1. Olkoon  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivoituva funktio, josta on tiedossa seuraavia asioita:  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 2$ ,  $f''(0) = 4$  ja  $f'''(0) = 8$ . Tässä tehtävässä ajatellaan, että funktio on derivoituvuudensa lisäksi muutenkin hillitysti käyttäytyvä. Anna näillä tiedoilla järkevä approksimaatio arvolle  $f(1)$ .
2. a) Muotoile  $(\epsilon\text{-}\delta)$  määritelmä funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  jatkuvuudelle pisteessä  $x_0 \in \mathbb{R}$  (2p).  
b) Todista määritelmästä lähtien, että  $f(x) = x^2 + 5$  on jatkuva kohdassa  $x = 2$  (4p).
3. a) Etsi jokin yksittäisratkaisu differentiaaliyhtälölle

$$x'(t) - x(t) = e^t \sin t \quad \text{jossa } t \geq 0.$$

**Vihje:** Rakenna yrite funktioista  $e^t$ ,  $\sin t$ , ja  $\cos t$ .

b) Tarkastellaan kuormittamattoman massajousisysteemin differentiaaliyhtälöä

$$y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = 0 \quad \text{kun } t \geq 0.$$

Etsi yhtälön ratkaisu alkuehdoilla  $y(0) = 1$  ja  $y'(0) = -1$ . Jos yhtälö kuvaa massapisteen (SI-yksiköissä lukuarvot massa  $m = 1$ , kitkatekijä  $\mu = 4$  ja jousivakio  $k = 5$ ) liikettä tasapainoasemansa ympärillä, niin miten toista derivaattaa koskeva alkuehto  $y'(0) = 1$  on fyysikaalisesti tulkittava?

4. Etsi epähomogeenisen differentiaaliyhtälön  $y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = e^{\alpha t}$  yleinen ratkaisu, kun  $\alpha \neq 1$  tai  $-3$ . Mitä tapahtuu yleisen ratkaisun lausekkeelle kun  $\alpha \rightarrow 1$ ?

**Jokeritehtävä:** Jos koeaikaa on jäljellä, niin keksipä yksittäisratkaisu tehtävän 4. epähomogeeniselle yhtälölle tapauksessa  $\alpha = 1$ . Jokeritehtävästä voit saada tämän välikokeen pistemääräsi yhden lisäpisteen, mutta välikokeen maksimipistemäärä on silti 24p.