

S-72.1110 Signaalit ja järjestelmät

Tentti 13.1.2011

Vastaa tehtävään 1, tehtävistä 2 – 7 otetaan huomioon neljä parhaiten suoritettua tehtävää.

Laskutehtävissä on esitettävä myös välivaiheet. Pelkkä numeerinen ratkaisu ei riitä.

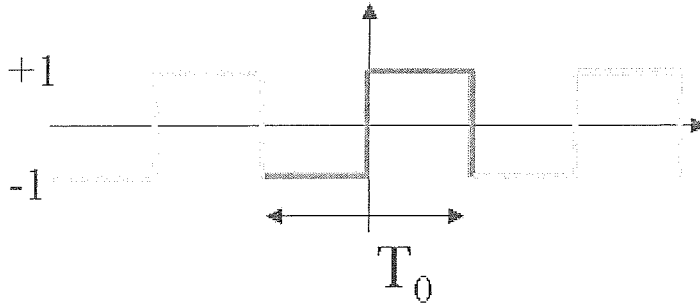
1.

Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

- a) Esitä tiheysfunktioiden ja odotusarvojen avulla, milloin kaksi satunnaismuuttujaa ovat
 - i) tilastollisesti riippumattomia,
 - ii) korreloimattomia.
- b) Selitä Gibbsin ilmiö.
- c) Mikä on DFT:n näyteväli ja näytemäärä, kun halutaan määrätä spektri riippumattomilla spektrinäytteillä 1 Hz välein välillä 0 - 10 kHz?
- d) Montako wattia on 0 dBm + 1 dBm?
- e) Signaali sisältää 1 Hz ja 8 Hz taajuuskomponentit. Signaalista otetaan näytteitä 5 Hz taajuudella. Mitä taajuuksia näytteistetty signaali sisältää?
- f) Mikä on moduloivan signaalin lauseke, kun FM-signaalin lauseke on
$$s(t) = 10 \cos(2\pi 10^8 t + 100\pi \sin(2\pi 1000t))$$

2.

Tarkastellaan Kuvan 1 mukaista kanttiaaltoa $x(t)$, jonka jakson aika on T_0 .



Kuva 1.

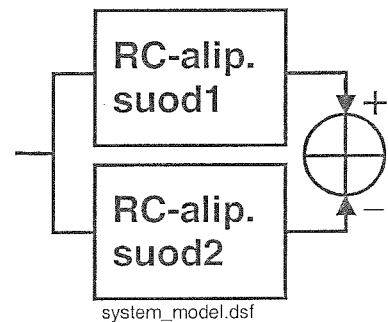
- Mitä symmetriaominaisuuksia signaalilla $x(t)$ on?
- Ratkaise signaalin $x(t)$ viivaspektri.

3.

Oheisen järjestelmän lähtösignaali on kahden rinnakkaisen RC-alipäästösuodattimen lähtösignaalien erotussignaali. Suodattimen 1 ja suodattimen 2 impulssivasteet ovat

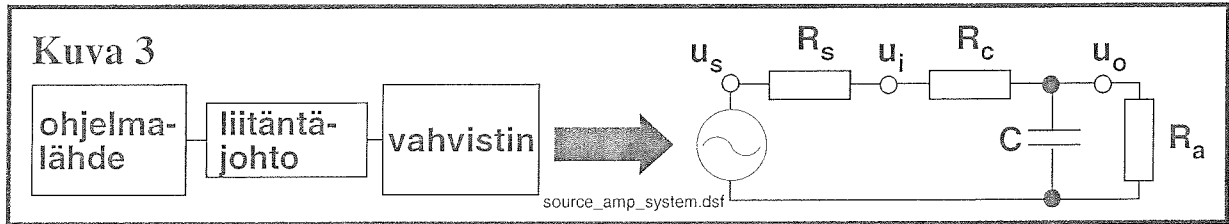
$$h_1(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T} u(t) \text{ ja } h_2(t) = \frac{1}{2T} e^{-t/2T} u(t),$$

missä $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$ on askelfunktio.



- Esitä järjestelmän impulssivaste.
- Laske (graafisella) konvoluutiolla järjestelmän askelvaste, eli lähtösignaali, kun tulosaalana on yksikköaskel $u(t)$.

4.



Äänentoistojärjestelmän sähköinen malli on äänitaajuuksilla kuvan 3 mukainen. Järjestelmän siirtofunktio määritellään vahvistimen tulojännitteen ja lähteen jännitteen suhteena, ja se on

$$H(f) = \frac{U_o(f)}{U_s(f)} = \frac{R_a}{R_a + R_c + R_s} \cdot \frac{1}{1 + j2\pi fT}, \quad T = \frac{R_a C}{1 + R_a/(R_c + R_s)}$$

Liitântäjohtoon ominaisarvot ovat $r_c = 10 \text{ ohm/m}$, ja $c_c = 200 \text{ pF/m}$.

- Laske lähderesistanssin maksimiarvo, kun 20 kHz kaistanleveydellä sallitaan korkeintaan 0,1 dB amplitudivääristymä, ja $R_a = 10 \text{ kohm}$ ja liitântäjohtoon pituus 10 m.
- Kuinka suuri on a-kohdan R_s -arvolla vaimennus (dB) pienillä äänitaajuuksilla?

5.

Säröisen sinigeneraattorin lähtösignaali on

$$x(t) = \cos(2\pi f_x t) + 0,02 \cos(4\pi f_x t) + 0,05 \cos(6\pi f_x t).$$

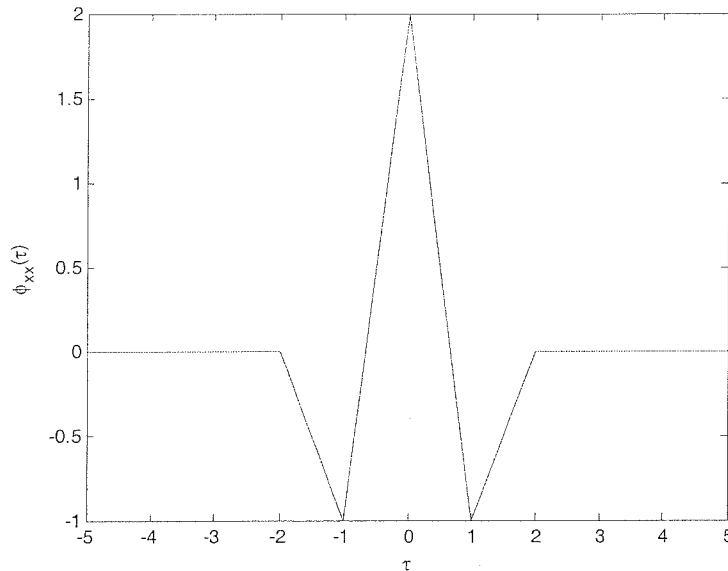
- Laske generaattorin kokonaissärökerroin.
- Särön pienentämiseksi suodatetaan generaattorin lähtösignaali RC-alipäästösuodattimessa, jonka siirtofunktio on

$$H(f) = \frac{1}{1 + j2\pi(f/f_x)}$$

Laske suodatetun signaalin kokonaissärökerroin.

6.

Tarkastellaan stationääristä stokastista prosessia x , jonka autokorrelaatiofunktio $\phi_{xx}(\tau) = r_x(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\}$ on kuvan 4 mukainen



Kuva 4

- Mikä on prosessin keskimääräinen teho?
- Ratkaise prosessin tehospektri $\Phi_{xx}(f) = S_n(f)$

7.

Suomessa käytetyssä DVB-järjestelmässä (Digital Video Broadcasting) käytetään kanavamultipleksin (yksi DVB-signaali) lähetyksessä monikantaaltomodulaatiota (OFDM), jossa 6817 kantaaltojen taajuusväli on 1,116 kHz ja kukin kantaalto on moduloitu 64QAM-signaalilla.

- Kuinka suuri suojakaista jää eri DVB-signaalien väliin, kun kunkin kanavamultipleksin taajuusväli on 8 MHz?
- Montako bittiä sisältää kukin symboli 64QAM:ssa?
- Mikä on lähetetyn signaalin kokonaisbittinopeus?

S-72.1110 Signals and systems

Exam 13.1.2011

Answer Question 1, of the Questions 2 – 7 the four best performed are taken into account.

Intermediate steps should be included in the answers, just writing down the final answer is not enough.

1. Give short answers to the following tasks, use figures when needed.
 - a) Use probability distribution functions and expected value to define the conditions for two random variables to be
 - i) statistically independent
 - ii) uncorrelated
 - b) Describe what is Gibbs' phenomenon.
 - c) What should be the sampling interval and number of samples if we wish to determine the spectrum with 1 Hz frequency resolution on interval 0 – 10 kHz?
 - d) How many Watts is 0 dBm + 1 dBm?
 - e) A signal contains 1 Hz and 8 Hz frequency components. The signal is sampled using sampling frequency 5 Hz. Determine what frequencies appear in the sampled signal.
 - f) Determine the modulating signal when the FM-signal is
$$s(t) = 10 \cos \left(2\pi 10^8 t + 100\pi \sin \left(2\pi 1000 t \right) \right)$$

2.

Consider a periodic square wave $x(t)$ shown in Figure 1. The period of the signal is T_0 .

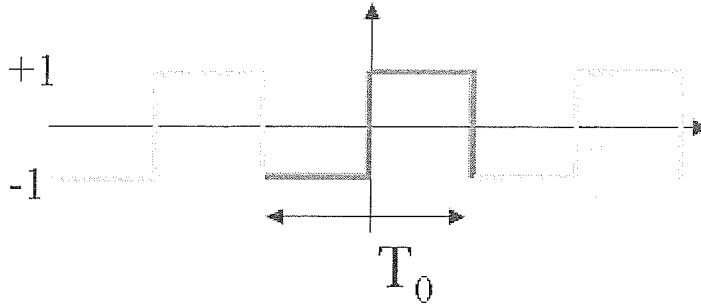


Figure 1.

- a) What symmetry features does the signal have?
- b) Determine the line spectrum of the signal $x(t)$

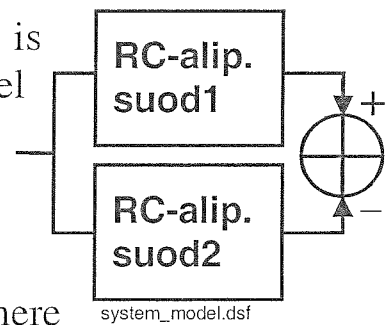
3.

The output signal of the system shown in the right is the difference between the outputs of the two parallel RC low-pass filters. The impulse responses of the

filters are $h_1(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T} u(t)$ for RC-alip. suod1

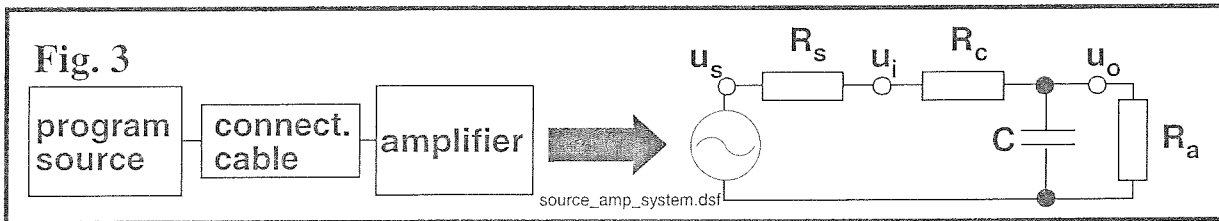
and $h_2(t) = \frac{1}{2T} e^{-t/2T} u(t)$ for RC-alip. suod2 where

$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$ is the step function.



- a) Determine the impulse response of the system
- b) Determine the step response of the system by using (graphical) convolution.

4.



The electrical model of an audio system on sound frequencies is shown in Fig. 3. The system transfer function is defined as the ratio of amplifier input and source output sine voltages and is given by

$$H(f) = \frac{U_o(f)}{U_s(f)} = \frac{R_a}{R_a + R_c + R_s} \cdot \frac{1}{1 + j2\pi fT}, \quad T = \frac{R_a C}{1 + R_a/(R_c + R_s)}$$

The characteristic values of the connecting cable are $r_c = 10$ ohm/m and $c_c = 200$ pF/m.

- Determine the maximum value of the source resistance, when the maximum allowable amplitude distortion on a 20 kHz bandwidth is 0.1 dB, $R_a = 10$ kohm and the length of the connecting cable is 10 m.
- How many dB is the attenuation of low audio frequencies with the R_s -value from sub-task a?

5.

The output signal of a signal generator is

$$x(t) = \cos(2\pi f_x t) + 0,02 \cos(4\pi f_x t) + 0,05 \cos(6\pi f_x t).$$

- Determine the total harmonic distortion of the signal
- A low pass filter is utilized to decrease the distortion

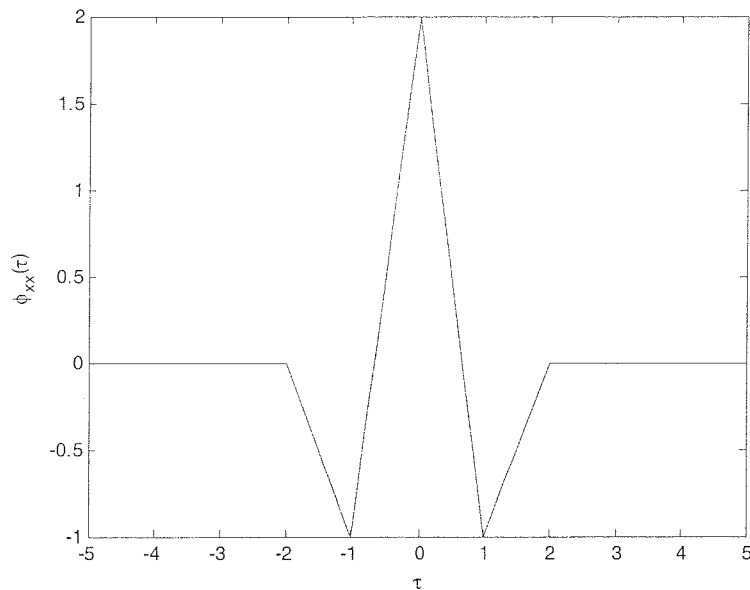
$$H(f) = \frac{1}{1 + j2\pi(f/f_x)}$$

Determine the total harmonic distortion of the filtered signal.

6.

Consider a stationary stochastic process x having autocorrelation function

$$\phi_{xx}(\tau) = r_x(\tau) = E\{x(t)x(t+\tau)\}$$
 shown in figure below



- a) Determine the mean power of the process?
- b) Determine the power spectrum of the process $\Phi_{xx}(f) = S_n(f)$

7.

In the DVB-system (Digital Video Broadcasting) used in Finland the channel multiplex (one DVB-signal) is transmitted with multicarrier modulation (OFDM), where 6817 sub-carriers with a 1,116 kHz spacing are used, and each sub-carrier is modulated with a 64QAM-signal.

- a) How large is the guard bandwidth between to DVB-signals, which have an 8 MHz spacing?
- b) How many bits are transmitted in each symbol in 64QAM?
- c) What is the total bit rate in a transmitted DVB-signal?