

## Mat-1.1220 Matematiikan peruskurssi S2

### 2. välikoe 28.3.2011

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

**Ei laskimia eikä taulukkokirjoja!** Koeaika on kolme tuntia.

1. Tarkastellaan funktiota  $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$F(x, y, z) = x^3 - 2y^2 + z^2$$

pisteen  $(1, 1, 1)$  ympäristössä. Voidaanko tasa-arvopinta  $F(x, y, z) = 0$  esittää muodossa  $x = f(y, z)$ ? Jos voidaan, laske  $\nabla f(1, 1)$ . (6p)

2. a) Etsi funktion  $f(x, y) = x + y$  ääriarvot suljetussa yksikkökiekossa  $x^2 + y^2 \leq 1$ . Perustele tarkasti. (3p)
- b) Etsi Lagrangen menetelmällä funktion  $f(x, y) = x + y^2$  ääriarvot käyrällä  $2x^2 + y^2 = 1$ . (3p)

3. Olkoon  $0 < a < 1$ . Laske pallokoordinaatteja käyttämällä funktion

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

integraali yli origokeskisen,  $(1 - a)$ -paksuisen pallokuoren, jonka sisäsäde on  $a$  ja ulkosäde 1. (5p) Mitä tapahtuu, kun  $a \rightarrow 0$ ? (1p)

4. Olkoon  $D \subset \mathbb{R}^3$  alue, jota rajoittavat tasot  $y = 1$ ,  $y = -x$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$  ja  $z = -x$ .

- a) Laske avaruusintegraali

$$\iiint_D e^{x+y+z} dz dy dx. \quad (3p)$$

- b) Sanotaan, että alueen  $D$  pohjan määrää taso  $z = 0$  ja kannen taso  $z = -x$ . Laske alueen  $D$  kannen pinta-ala. (3p)