SAMU

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 29.10.2010 / Mellin

Kirjoita ***selvästi jokaiseen koepaperiin*** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. välikoe 29.10.2010
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: Ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä *laskin* ja Mellinin *kaava-* ja *taulukkokokoelmat*.

***Vastaa lyhyesti* ja *ytimekkäästi*, mutta *perustele ratkaisusi*: pelkkä lukuarvo vastauksena *ei anna pisteitä*.**

1. (a) Opiskelijat X ja Y pelaavat peliä, joka koostuu toisistaan riippumattomista eristä. Todennäköisyys, että X voittaa erän on 0.7 ja todennäköisyys, että Y voittaa erän on 0.3. Se pelaajista, joka on ensin voittanut 5 erää, saa 100 €. Peli keskeytyy vaiheessa, jossa X on voittanut 2 erää ja Y on voittanut 3 erää.

Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että Y saa luvatut 100 €, jos peliä jatketaan keskeytymistilanteesta seuraavana päivänä?

Kysymys 2: Mikä on reilu tapa jakaa voittosumma, jos peliä ei päästä jatkamaan?

(b) Teräskuulien painot vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein $\mu = 1$ kg ja $\sigma^2 = 0.0001$ kg^2. Kuulien joukosta poimitaan satunnaisesti 10 kappaletta takaisinpanolla eli palauttaen.

Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että otokseen poimittujen 10 kuulan joukossa ei ole yhtään kuulaa, jonka paino on korkeintaan 0.99 kg?

Kysymys 2. Mikä on odotusarvo niiden kuulien lukumäärälle otoksessa, joiden paino on korkeintaan 0.99 kg?

2. Tarkastellaan sarjaan kytkentää, joka koostuu 100:sta samanlaisesta komponentista. Oletetaan, että komponenttien toiminta-ajat ovat riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat eksponenttijakaumaa Exp($1/\mu$), jossa $\mu = 0.2$ vuotta.

(a) Kysymys 1: Mitä jakaumaa noudattaa sarjaan kytkennän toiminta-aika?

Kysymys 2: Mikä on sarjaan kytkennän odotettavissa oleva toiminta-aika?

(b) Oletetaan, että vikaantuneet komponentit korvataan aina välittömästi uusilla komponenteilla.

Mikä on todennäköisyys, että vuoden aikana vikaantuneiden komponenttien lukumäärä on pienempi kuin 511?

3. (a) Teräskuulien painot vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein $\mu = 10$ g ja $\sigma^2 = 0.01$ g^2. Määrää todennäköisyys, että 1000 kuulan erän yhteispaino on suurempi kuin 10003 g.

(b) Terässäiliön ulkopinta maalataan. Maalipinnassa on pistemäisiä pintavikoja, joiden lukumäärä neliömetrillä levyä noudattaa Poisson-jakaumaa niin, että keskimäärin vikoja on 3 kappaletta neliömetrillä..

Määrää todennäköisyys sille, että säiliön maalipinnasta löytyy enemmän kuin 3040 pintavikaa, kun säiliön ulkopinnan pinta-ala on 1000 m^2.

4. (a) Oletetaan, että satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauma on kaksiulotteinen normaalijakauma. Oletetaan lisäksi, että muuttujan Y regressiofunktio muuttujan X suhteen on muotoa

$$4y = -8 - x$$

ja muuttujan X regressiofunktio muuttujan Y suhteen on muotoa

$$x = -2 - y$$

Määrää satunnaismuuttujien X ja Y odotusarvot ja korrelaatio.

(b) Oletetaan, että X ja Y ovat samaa jakaumaa noudattavia satunnaismuuttujia. ja olkoot

$$U = X + Y$$

ja

$$V = X - Y$$

Määrää

$$\mathrm{Cor}(U,V).$$