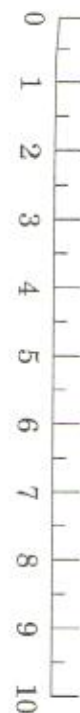


Tentti: Tilastolliset menetelmät geodesiassa Maa-6.3282

18.05.2011



Funktiolaskin

1. Deformaatiomittaukset

Olkoon deformaatiomittausverkon ensimmäisen mittausepookin tasoitettut koordinaatit x_1 seuraavat:

Piste	x (m)	y (m)
1	1737.515	1680.192
2	1234.133	2134.453
3	2224.045	2034.477
4	2232.497	975.456
5	1149.865	879.775

ja toisen mittausepookin koordinaatit x_2 seuraavat:

Piste	x (m)	y (m)
1	1737.473	1680.254
2	1234.166	2134.485
3	2224.004	2034.423
4	2232.453	975.497
5	1149.929	879.766

Olkoon ensimmäisen epookin koordinaattien tarkkuudet (koordinaattikeskivirheet) $m_{0,1} = \pm 3$ cm, ja (riippumattoman) toisen mittauksen tarkkuudet $m_{0,2} = \pm 1$ cm.

- (a) Laske yhden koordinaattieron (epookki 2 miinus epookki 1) keskivirhe m_0 .
 (b) Laske deformaation testisuure

$$\Omega = d^T Q_d^{-1} d.$$

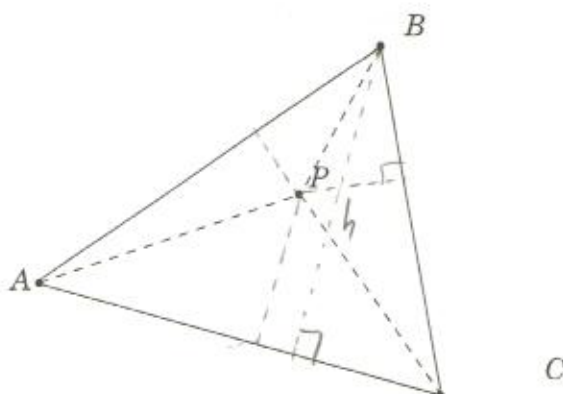
Tässä $d = x_2 - x_1$ on siirtymävektori (epookkien välisten koordinaattierojen vektori) ja $Q_d = Q_1 + Q_2$ on sen varianssimatriisi.

- (c) χ^2 -jakauman 95% merkitsevyytason raja-arvot on annettu alla eri vapausasteiden n määrällä. Onko tässä verkossa todennäköisesti tapahtunut deformaatio?

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$\chi_{n,95\%}^2$	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51
n	9	10	11	12	13	14	15	16
$\chi_{n,95\%}^2$	16.92	18.31	19.68	21.03	22.36	23.68	25.00	26.30

2. Affiini interpolaatio

Ks. seuraava kolmio:



- (a) Laske graafisesti pisteen P affiinisen interpolaation painot p_A, p_B, p_C .
(b) Kuinka tarkasti olet onnistunut?

3. Kappaleen muoto

Parabolin kaava (x, y) -tasossa voidaan esittää seuraavasti:

$$(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2 = r^2,$$

jossa r on muotoparametri ja (X, Y, Z) on huippupiste.

Muodonmäärityksen yleinen havaintoyhtälö on seuraavan näköinen:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{\partial f}{\partial y_i} \Delta y_i + \frac{\partial f}{\partial z_i} \Delta z_i + \sum_{j=1}^m \frac{\partial f}{\partial a_j} \Delta a_j = 0,$$

jossa f häviää parabolin reunalla:

$$f(x, y, z; a_j) = 0.$$

- (a) Identifioi tämän tehtävän parametrit a_j .
(b) Johda tämän kappaleen muodonmäärityksen havaintoyhtälö.

4. Kollokaatio

On annettuna, että signaalifunktion $s(t)$ kovarianssifunktio kahden hetken t_1 ja t_2 välillä on

$$C(t_2 - t_1) = \frac{C_0}{\left(1 + \frac{\|t_2 - t_1\|}{\Delta t}\right)},$$

jossa vakiot $C_0 = 100 \text{ mGal}^2$ ja $\Delta t = 10 \text{ s}$. On annettuna havaintosuureen

$$\ell_i = \underline{s}(t_i) + n_i$$

arvot: $t_1 = 25 \text{ s}$, $\ell_1 = 20 \text{ mGal}$ ja $t_2 = 35 \text{ s}$, $\ell_2 = 15 \text{ mGal}$.

- (a) Muodosta havaintovektori $\underline{\ell}$, havaintojen varianssimatriisi $C_{ij} = C(t_i, t_j)$ ja kovarianssimatriisi $C_{T_i} = C(T, t_i)$ jos $T = 50 \text{ s}$.

- (b) Laske pienimmän neliösumman kollokaatiolla $\hat{s}(T)$, $T = 50$ s. Saa olettaa, että $n_i = 0$, eli havainnot ovat tarkkoja.

Vihje: Cramèrin säännön mukaan on

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

5. Yleistä

- (a) Kuvaa (sanoin) finiitti-elementtimenetelmä. Mitkä ovat käytetyimmät elementit ja niiden vastaavat perus- eli koefunktiot tasossa?
- (b) Suomeksi
- (c) Suomeksi

Pisteytys:

Kysymys	1 a b c	2 a b	3 a b	4 a b	5 a b c	Yht.
Pisteet	5 1 2 2	5 3 2	5 2 3	5 2 3	5 3 1 1	25

Pisteet	10	12	16	19	23
Arvosana	1	2	3	4	5