

Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyysslaskenta B

Tentti 23.08.2011 / Kibble

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2620 Tentti SovTnB 23.08.2011
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: **Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.**

Vastausohjeet: **Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.**

- (a) Paikkakuntien X ja Y välillä on kolmet liikennevalot K, L, M. Valojen jaksona on 1 minuutti, jona aikana liikennevalo K näyttää punaista 15 sekuntia, L näyttää punaista 20 sekuntia ja M näyttää punaista 30 sekuntia. Laske todennäköisyys, että matkalla on pysähdyttävä täsmälleen yhden kerran.

(b) Arvioidaan, että 1% väestöstä on eräs tauti. Kyseisen taudin toteamiseksi on kehitetty testi, joka ei aina anna oikeata tulosta siten, että jos henkilöllä on tauti niin testi antaa tähän viittaavan tuloksen todennäköisyydellä 0.95. Jos henkilöllä ei ole tautia niin testi antaa tautiin viittaavan tuloksen todennäköisyydellä 0.06. Mikä on todennäköisyys, että tietyllä henkilöllä on tauti, jos testi antaa tähän viittaavan tuloksen?
- Korkeakoulun opiskelijoista 20 % on naisia.

(a) Poimitaan korkeakoulun opiskelijoiden joukosta satunnaisesti 20 opiskelijaa. Mikä on todennäköisyys, että poimituksi tulee *vähintään* 5 naisopiskelijaa?

(b) Oletetaan, että opiskelijat tulevat koulun opiskelijaravintolaan täysin satunnaisesti. Mikä on todennäköisyys, että ravintolaan on tullut *vähintään* 5 opiskelijaa ennen ensimmäistä naisopiskelijaa?
- Tutkittaessa nopan virheettömyyttä suoritettiin $n=120$ heittoa. Saadut silmälukujen määrät olivat

i	1	2	3	4	5	6
n_i	23	17	14	24	16	26

Virheettömän nopan oletetaan noudattavan tasaista jakaumaa. Testaa nopan virheettömyyttä merkitsevyydellä 0.05.

4. Öljytankkereiden säiliöiden valmistuksessa käytettyjä teräslevyjä tehdään kahdessa tehtaassa. Kummankin tehtaan valmistamien levyjen joukosta poimittiin yksinkertaiset satunnaisotokset, joiden kokoina oli 200 (tehdas 1) ja 300 (tehdas 2). Tehtaan 1 levyjen joukossa oli 5 viallista levyä ja tehtaan 2 levyjen joukossa oli 25 viallista levyä.

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan viallisten levyjen suhteelliset osuudet ovat tehtaan 1 ja tehtaan 2 valmistamien levyjen joukossa samat, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että suhteelliset osuudet eivät ole samat.

5. Mitattaessa neljän henkilön verenpainetta saatiin seuraavat tulokset (X on henkilön ikä ja Y henkilön verenpaine):

x	40	55	60	65
y	125	152	150	158

$$\bar{x} = 55.00 \quad s_x^2 = 116.67$$

$$\bar{y} = 146.25 \quad s_y^2 = 212.25$$

$$s_{xy} = 151.67$$

- (a) Määrää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien β_0 ja β_1 pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

- (b) Jäännösvarianssin σ^2 harhattomaksi estimaatiksi tutkijat laskivat arvon $s^2 = 22.625$. Ennusta muuttujan y keskimääräinen arvo, kun $x = 50$. Määrää myös 95%:n luottamusväli ennusteelle.