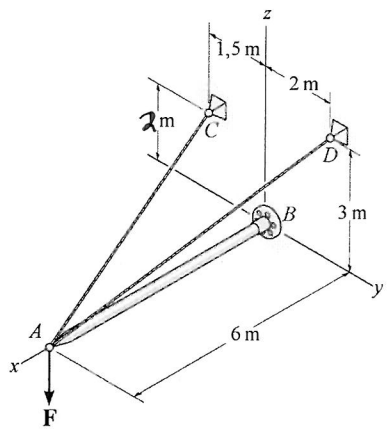
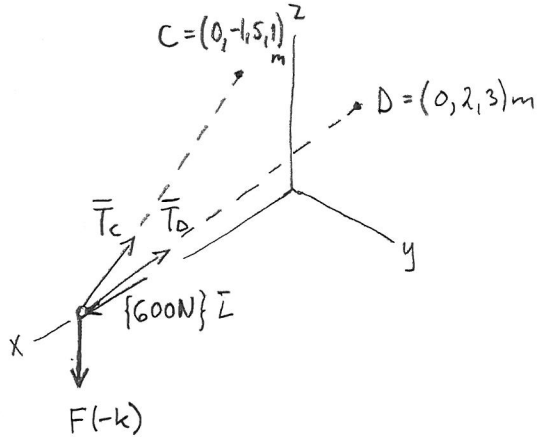
1. Salko AB kestää puristusta enintään 600 N. Määritä pisteeseen A kohdistuvan pystysuoran voiman suuruuden F suurin salittu arvo sekä köysissä AC ja AD vaikuttavien voimien suuruudet. Rakenteen omaa painoa ei oteta huomioon.



1. Pisteen A VKK



$$\bar{T}_C = T_C \frac{\bar{r}_{AC}}{r_{AC}} = T_C \frac{-6\bar{i} - 1{,}5\bar{j} + 2\bar{k}}{\sqrt{36 + (1{,}5)^2 + 4}}$$

$$= T_C\left(-\frac{12}{13}\bar{i} - \frac{3}{13}\bar{j} + \frac{4}{13}\bar{k}\right)$$

$$\bar{T}_D = T_D \frac{\bar{r}_{AD}}{r_{AD}} = T_D \frac{-6\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}}{\sqrt{36 + 4 + 9}}$$

$$= T_D\left(-\frac{6}{7}\bar{i} + \frac{2}{7}\bar{j} + \frac{3}{7}\bar{k}\right)$$

3/6

2. Pisteen A tasapaino

$\overset{+}{\swarrow} \sum F_x = 0;\quad 600N - \frac{12}{13}T_C - \frac{6}{7}T_D = 0 \qquad (1)$

$+\searrow \sum F_y = 0;\quad -\frac{3}{13}T_C + \frac{2}{7}T_D = 0 \qquad (2)$

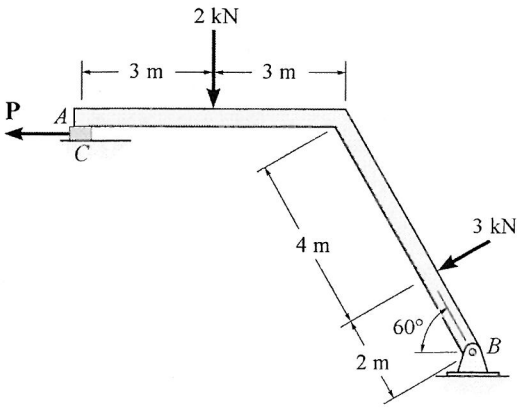
$+\uparrow \sum F_z = 0;\quad \frac{4}{13}T_C + \frac{3}{7}T_D - F = 0 \qquad (3)$

(1) & (2) => $200N - \frac{7}{13}T_C = 0$ => $T_C = \frac{2600}{7}N \approx 371N$

(2) => $T_D = \frac{21}{26}T_C = 300N$

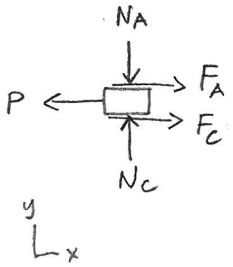
(3) => $F = \frac{4}{13}T_C + \frac{3}{7}T_D = \frac{800}{7}N + \frac{900}{7}N = \frac{1700}{7}N \approx 243N$ 3/6

2. Kehä on tuettu kiinteällä niveltuella B ja suorakaiteenmuotoisella kappaleella C. Määritä kappaleen C ulosvetämiseksi tarvittavan vaakasuoran voiman **P** suuruus, kun kappaleen ja palkin välinen kitkakerroin on $\mu_s = 0{,}3$ sekä kappaleen ja alustan $\mu_{s'} = 0{,}4$. Kappaleen ja kehän omaa painoa eikä paksuutta oteta huomioon.

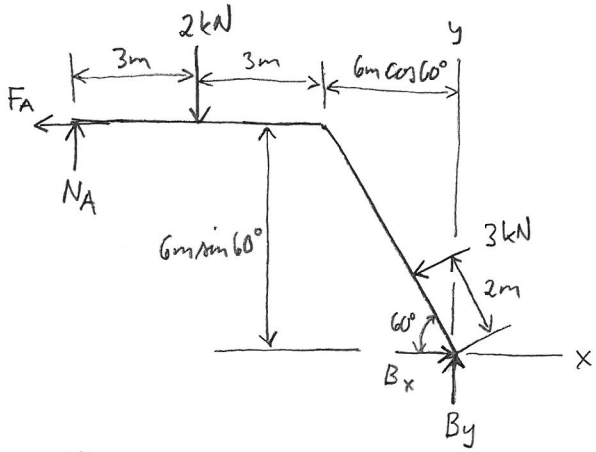


1. VKK:t

Kappale C:



Kehä:



2/6

2. Kappale C liukumaisilloan

$\Rightarrow \quad F_A = \mu_s N_A, \quad F_C = \mu_{s'} N_C$

3. Kehän tasapaino

$\circlearrowleft + \sum M_B = 0; \quad N_A\, 9m - \mu_s N_A\, 3\sqrt{3}m - 2kN\, 6m - 3kN\, 2m = 0$

$\Rightarrow \quad N_A = \dfrac{2}{1 - \frac{\sqrt{3}}{10}}\, kN \approx 2{,}42\, kN$

2/6

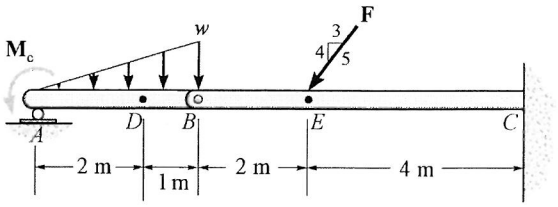
4. Kappaleen C tasapaino

$+\uparrow \sum F_y = 0; \quad N_C - N_A = 0 \quad \Rightarrow \quad N_C = N_A$

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0; \quad -P + \mu_s N_A + \mu_{s'} N_C = 0 \quad \Rightarrow \quad P = \dfrac{14}{10 - \sqrt{3}}\, kN \approx 1{,}69\, kN$

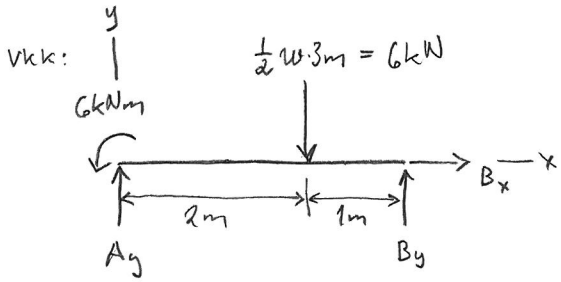
2/6

3. Määritä normaalivoima, leikkausvoima ja taivutusmomentti nivelpalkin osan AB poikkileikkauksen pisteessä D ja osan BC poikkileikkauksen pisteessä E, kun $F = 10$ kN, $M_c = 6$ kNm ja $w = 4$ kN/m. Piste E sijaitsee voiman **F** oikealla puolella. Tuella A on rulla, kohdassa B on nivel ja kohdassa C palkki kiinnittyy seinään jäykästi. Palkin paksuutta ei oteta huomioon.



1. Palkin osan AB tukivoimat

vkk:



Tasapaino:

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0;\quad B_x = 0$

$\circlearrowleft + \sum M_B = 0;\quad A_y\, 3m - 6kNm - 6kN \cdot 1m = 0$

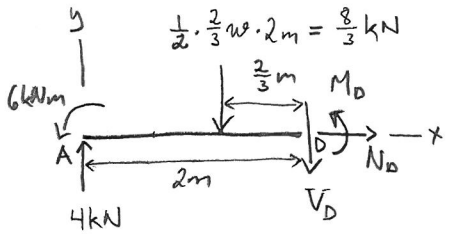
$\Rightarrow A_y = 4kN$

$+\uparrow \sum F_y = 0;\quad A_y + B_y - 6kN = 0 \Rightarrow B_y = 2kN$

2/6

2. N_D, V_D ja M_D

vkk:



Tasapaino:

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0;\quad N_D = 0$

$+\uparrow \sum F_y = 0;\quad -V_D + 4kN - \frac{8}{3} kN = 0 \Rightarrow V_D = \frac{4}{3} kN$

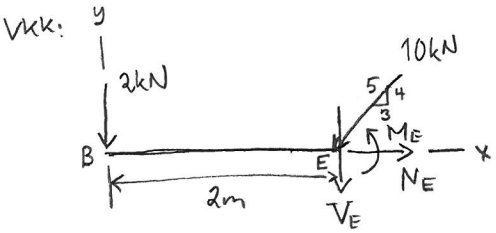
$\circlearrowleft + \sum M_D = 0;\quad M_D + 6kNm - 4kN \cdot 2m + \frac{8}{3} kN \cdot \frac{2}{3} m = 0$

$\Rightarrow M_D = \frac{2}{9} kNm$

2/6

3. N_E, V_E ja M_E

vkk:



Tasapaino:

$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0;\quad N_E - \frac{3}{5} 10kN = 0 \Rightarrow N_E = 6kN$

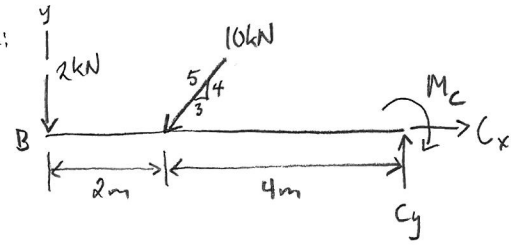
$+\uparrow \sum F_y = 0;\quad -V_E - 2kN - \frac{4}{5} \cdot 10kN = 0 \Rightarrow V_E = -10kN$

$\circlearrowleft + \sum M_E = 0;\quad M_E + 2kN \cdot 2m = 0 \Rightarrow M_E = -4kNm$

2/6

4. Osan BC tukireaktiot

vkk:



Tasapaino:

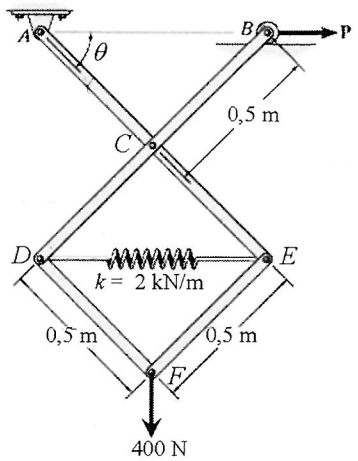
$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0;\quad C_x - \frac{3}{5} 10kN = 0 \Rightarrow C_x = 6kN$

$+\uparrow \sum F_y = 0;\quad C_y - 2kN - \frac{4}{5} \cdot 10kN = 0 \Rightarrow C_y = 10kN$

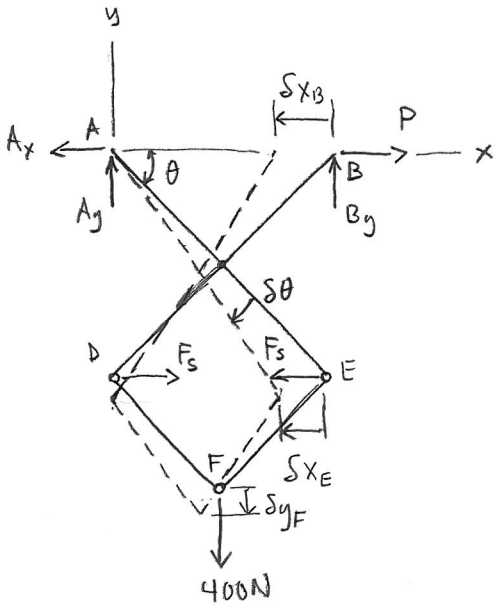
$3\ \circlearrowleft + \sum M_C = 0;\quad M_C - 2kN \cdot 6m - \frac{4}{5} 10kN \cdot 4m = 0$

$\Rightarrow M_C = 44 kNm$

4. Mekanismi koostuu neljästä nivelsauvasta AE, BD, DF ja EF sekä jousesta DE, jonka lepopituus on 0,5 m. Määritä mekanismiin vaikuttavien voimien tekemä virtuaalinen työ kulman θ funktiona. Mekanismin omaa painoa oteta huomioon. Mikä on vaakasuoran voiman **P** suuruus tasapainoasemassa, kun $\theta = 45°$?



1. Mekanismin VKK ja virtuaaliset siirtymät



$n = 3N - k = 3\cdot 4 - (5\cdot 2 + 1) = 1$

$\Rightarrow$ yhden vapausasteen (θ) systeemi

$x_B = 2\cdot 0{,}5\,\text{m}\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \delta x_B = \{-\sin\theta\,\delta\theta\}\,\text{m}$

$x_E = x_B \quad \Rightarrow \quad \delta x_E = \delta x_B$

$y_F = -3\cdot 0{,}5\,\text{m}\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \delta y_F = \{-1{,}5\cos\theta\,\delta\theta\}\,\text{m}$

Huomaa, että $\delta x_D = 0$.

2. Mekanismin virtuaalinen työ

$$F_s = ks = k(l - l_0) = k(x_E - x_D - l_0) = 2\,\text{kN/m}(\cos\theta - 0{,}5)\,\text{m}$$
$$= \{2\cos\theta - 1\}\,\text{kN}$$

$$\delta U = P\,\delta x_B + (-F_s)\,\delta x_E + (-400\text{N})\,\delta y_F$$
$$= \left\{\left[(2\cos\theta - 1)\sin\theta + 0{,}6\cos\theta - \left(\frac{P}{\text{kN}}\right)\sin\theta\right]\delta\theta\right\}\text{kJ}$$

4,5/6

3. Tasapaino

$\delta U = 0 \;\forall\, \delta\theta$, jos $(2\cos\theta - 1)\sin\theta + 0{,}6\cos\theta - \left(\frac{P}{\text{kN}}\right)\sin\theta = 0$

Kun $\theta = 45°$, $\Rightarrow$ $P = (2\cos\theta - 1 + 0{,}6\cot\theta)\,\text{kN}$
$= (\sqrt{2} - 0{,}4)\,\text{kN} \approx 1{,}01\,\text{kN}$

1,5/6