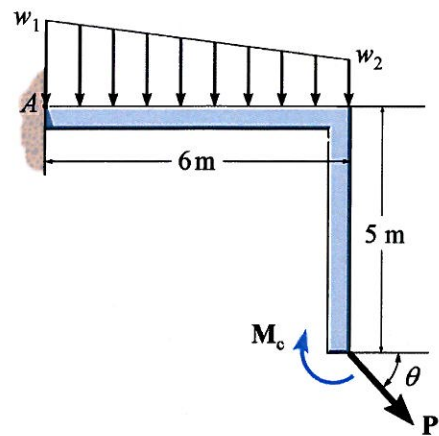


1. Redusoi kehään kohdistuva kuormitus samanarvoiseksi voima-momenttipariksi pisteeseen A, kun $w_1 = 2 \text{ kN/m}$, $w_2 = 1 \text{ kN/m}$, $P = 4 \text{ kN}$, $\theta = 60^\circ$ ja $M_c = 5 \text{ kNm}$. Ilmoita voimaresultantin suuruus ja suuntakulma.



1. Voimaresultantti

$$\rightarrow F_{Rx} = P \cos \theta = 2 \text{ kN}$$

$$\uparrow F_{Ry} = -P \sin \theta - w_2 \cdot 6 \text{ m} - \frac{1}{2}(w_1 - w_2) \cdot 6 \text{ m} = -(2 + 2\sqrt{3}) \text{ kN} \approx -12,5 \text{ kN}$$

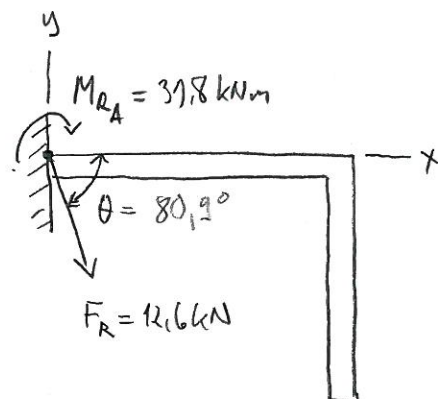
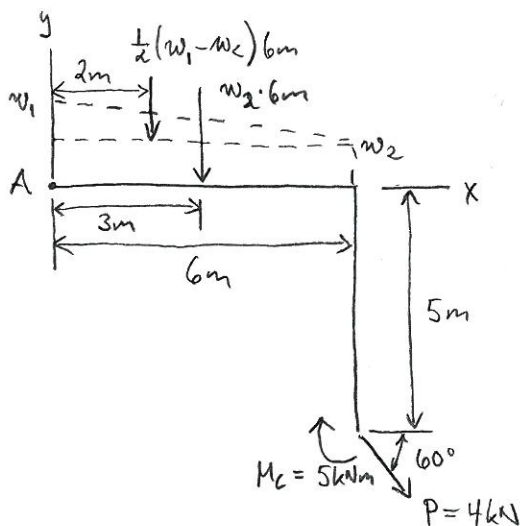
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 12,6 \text{ kN}$$

$$\theta = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = -80,9^\circ$$

3 p

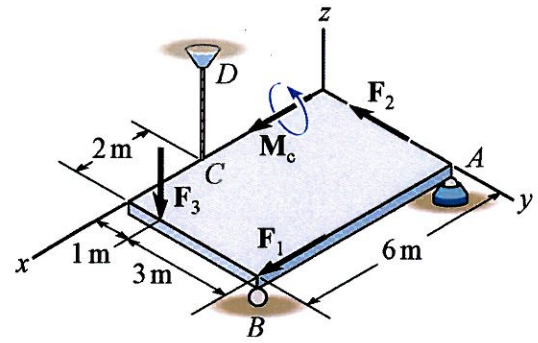
2. Momenttiresultantti

$$\begin{aligned} \curvearrowleft M_{RA} &= M_c + w_2 \cdot 6 \text{ m} \cdot \frac{6 \text{ m}}{2} + \frac{1}{2}(w_1 - w_2) \cdot 6 \text{ m} \cdot \frac{6 \text{ m}}{3} - P \cos \theta \cdot 5 \text{ m} + P \sin \theta \cdot 6 \text{ m} \\ &= (19 + 12\sqrt{3}) \text{ kNm} \approx 39,8 \text{ kNm} \end{aligned}$$

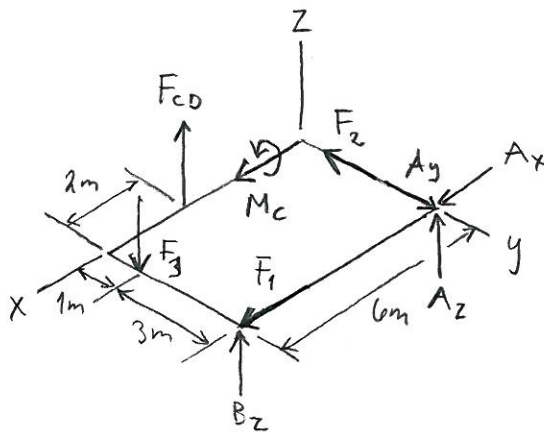


3 p

2. Laatta on tuettu palloniveellä A , rullalla B ja köydellä CD . Määritä laatan tukireaktiot sekä köydessä CD vaikuttavan voiman suuruus, kun $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 600 \text{ N}$, $F_3 = 400 \text{ N}$ ja $M_c = 300 \text{ kNm}$. Laatan omaa painoa eikä pak-suutta oteta huomioon.



1. Laatan Vkk



Huom! Tehtävänannossa M_c :n suuruus oli pitänyt olla 600 Nm eikä 600 kNm , minkä seurauksena tukivoimista ei tulleet järkeitä. (B_z negatiivinen). Tällä ei kiertoköyden ole merkitystä tehtävän arvostelussa.

2p

2. Laatan tasapaino

$$\sum F_x = 0; \quad A_x + F_1 = 0 \Rightarrow A_x = -300 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0; \quad A_y - F_2 = 0 \Rightarrow A_y = 600 \text{ N}$$

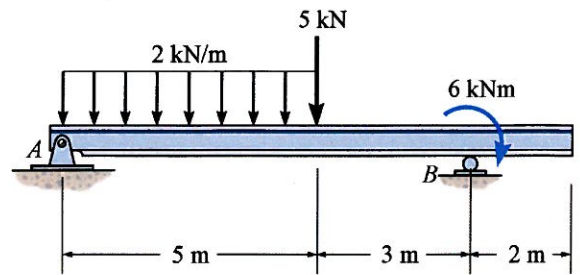
$$\sum M_{A_x} = 0; \quad -F_{cd} \cdot 4 \text{ m} + M_c + F_3 \cdot 3 \text{ m} = 0 \Rightarrow F_{cd} = 150,3 \text{ kN}$$

$$\sum M_{A_y} = 0; \quad -B_z \cdot 6 \text{ m} + F_3 \cdot 6 \text{ m} - F_{cd} \cdot 4 \text{ m} = 0 \Rightarrow B_z = -99,8 \text{ kN}$$

$$\sum F_z = 0; \quad A_z + B_z + F_{cd} - F_3 = 0 \Rightarrow A_z = -50,1 \text{ kN}$$

4p

3. Määritä palkin leikkausvoima- ja taivutusmomenttijakaumat ja piirrä kuviot. Ilmoita lisäksi palkin rasitetuimmat poikkileikkaukset.



1. Palkin tukivoimat

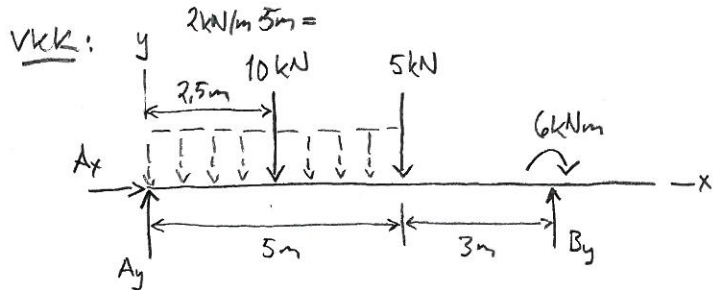
$$\rightarrow \sum F_x = 0; A_x = 0$$

$$+\uparrow \sum M_A = 0; B_y \cdot 8m - 10kN \cdot 2,5m - 5kN \cdot 5m - 6kNm = 0$$

$$\Rightarrow B_y = 7kN$$

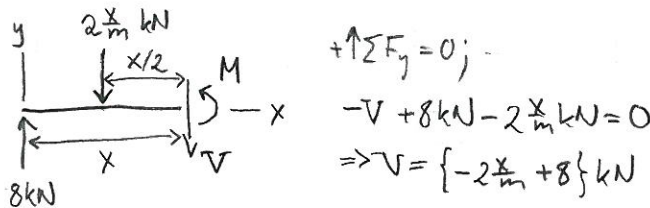
$$+\uparrow \sum F_y = 0; A_y + B_y - 10kN - 5kN = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 8kN$$



2. V- ja M-jakaumat

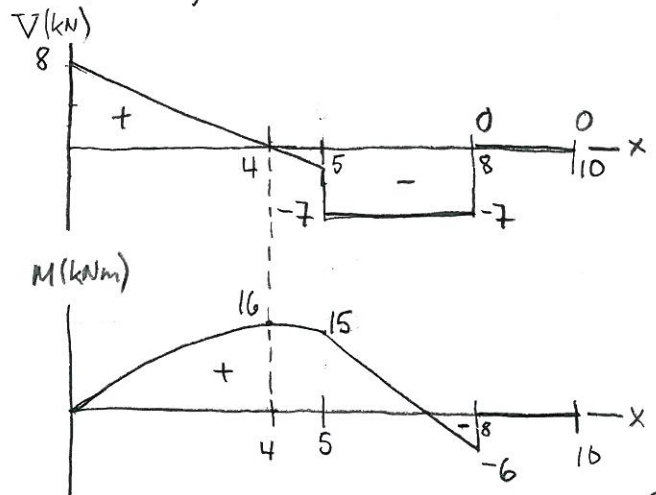
- väli $0 \leq x < 5m$:



$$+\uparrow \sum M = 0; M - 8kN \cdot x + 2 \frac{x}{m} kN \cdot \frac{x}{2} = 0$$

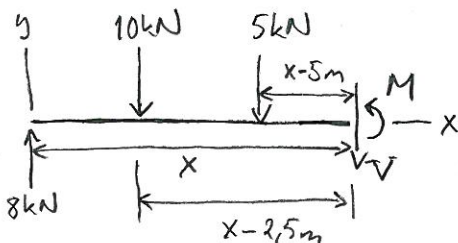
$$\Rightarrow M = \left\{ -\left(\frac{x}{m}\right)^2 + 8 \frac{x}{m} \right\} kNm$$

1p 3. V- ja M-jakaumat



2p

- väli $5 \leq x < 8m$:



$$+\uparrow \sum M = 0; M - 8kN \cdot x + 10kN \cdot (x - 2,5m) + 5kN \cdot (x - 5m) = 0$$

$$\Rightarrow M = \left\{ -7 \frac{x}{m} + 50 \right\} kNm$$

4. Rasitetuimmat poikkileikkaukset

$$|V|_{max} = 8kN, \text{ kun } x = 0m$$

$$|M|_{max} \text{ välillä } x < 0 < 5m:$$

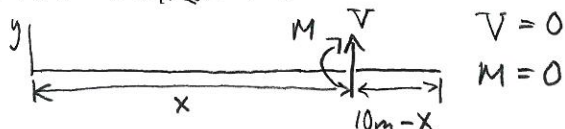
$$\frac{dM}{dx} = V = \left\{ -2 \frac{x}{m} + 8 \right\} kN = 0$$

$$\Rightarrow x = 4m$$

$$\Rightarrow |M|_{max} = \left\{ -(4)^2 + 8 \cdot 4 \right\} kNm = 16 kNm$$

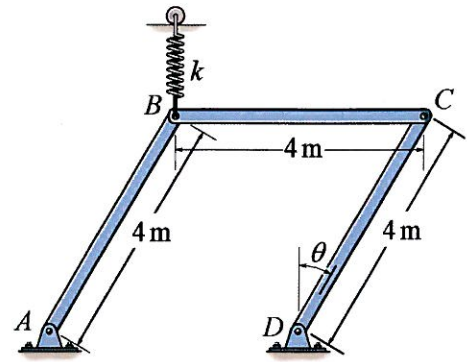
1p

- väli $8 < x \leq 10m$:



2p
3

4. Kitkattoman mekanismin kunkin sauvan paino on 200 N, jousen jousivakio on $k = 600 \text{ N/m}$ ja se on venymätön, kun $\theta = 0^\circ$. Millä kulman θ arvoilla mekanismi on tasapainossa ja ovatko tasapainoasemat stabiileja?



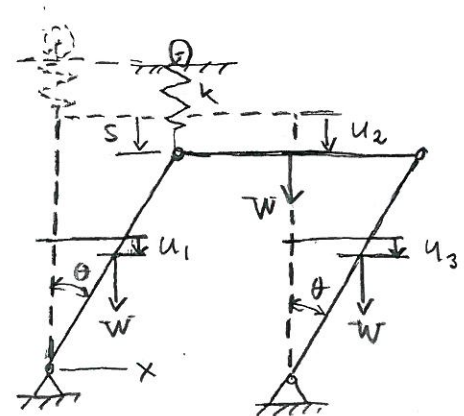
1. Mekanismin potentiaalienergia

$$u_1 = \frac{1}{2}(y_1 - y_1^0) = \frac{1}{2}(4\text{m}\cos\theta - 4\text{m}) = \{2(\cos\theta - 1)\} \text{m}$$

$$u_2 = (y_2 - y_2^0) = (4\text{m}\cos\theta - 4\text{m}) = \{4(\cos\theta - 1)\} \text{m}$$

$$u_3 = u_1$$

$$s = u_2$$



$$V = V_e + V_g = \frac{1}{2}ks^2 - (-W)u_1 - (-W)u_2 - (-W)u_3 = \{4800(\cos\theta - 1)^2 + 1600(\cos\theta - 1)\} \text{ J}$$

2p

2. Tasapainoasemat

$$\frac{dV}{d\theta} = \{-1600(\cos\theta - 1)\sin\theta - 1600\sin\theta\} \text{ J} = \{\sin\theta[1600(1 - \cos\theta) - 1600]\} \text{ J}$$

$$\frac{dV}{d\theta} = 0, \text{ kun } \sin\theta = 0 \quad \vee \quad 1600(1 - \cos\theta) - 1600 = 0. \\ \Rightarrow \theta = 0^\circ \quad \vee \quad \cos\theta = \frac{5}{6} \Rightarrow \theta = 33,6^\circ$$

2p

3. Stabiilius

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} = \{1600(\cos\theta - \cos^3\theta + \sin^2\theta) - 1600\cos\theta\} \text{ J}$$

$$\text{Kun } \theta = 0^\circ, \quad \frac{d^2V}{d\theta^2} = -1600 \text{ J} < 0 \Rightarrow \text{epästabiili}$$

$$\text{Kun } \theta = 33,6^\circ, \quad \frac{d^2V}{d\theta^2} = 1600(1 - (\frac{5}{6})^2) \text{ J} > 0 \Rightarrow \text{stabiili}$$

2p