

Tentti 16.12.2010

Kirjoita koepaperiin selvästi:

- Mat-2.3140 Lineaarinen ohjelmointi
- Opiskelijanumero sekä sukunimi ja viralliset etunimet tekstaten
- Koulutusohjelma ja vuosikurssi
- Allekirjoitus

1. Pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa? Esitä kuhunkin väitteeseen perusteltu vastaus.

- a) Aktiivista duaalirajoitusta vastaava primaalimuuttuja ei voi olla kannassa.
- b) Kustannusvektorin muuttaminen voi vaikuttaa LP-tehtävän ratkaisun käypyyteen.
- c) Mikäli primaalitehtävä ei ole käypä, on duaalitehtävän oltava rajoittamaton.

Määrittele lyhyesti seuraavat käsitteet:

- d) Redusoitu kustannus
- e) Degeneroituvuus
- f) Kokonaislukutehtävän vahva formulointi

2.

- a) Yrityksen on rakennettava tuotantosuunnitelma puoleksi vuodeksi tilanteessa, jossa kysyntä seuraavan kuuden kuukauden aikana on 30, 80, 60, 50, 80 ja 100 kg (so. 30 kg ensimmäisenä kuukautena, 80 kg toisena kuukautena, jne). Tuote pilaantuu nopeasti, joten minkään kuukauden mahdollista ylijäämätuotantoa ei voida käyttää seuraavien kuukausien kysynnän tyydyttämiseksi.

Tuotantoteknologiasta johtuen vain lineaariset tuotantosuunnitelmat ovat mahdollisia siten, että kuukausittaisen tuotantomäärän muutoksen tulee olla sama koko puolivuotiskauden ajan: so. jos tuotantovolyyymia kasvatetaan (alennetaan) 10 kg siirryttäessä ensimmäisestä kuukaudesta toiseen, niin sama 10 kg:n kasvu (alenema) on toteutettava myös siirryttäessä toisesta kuukaudesta kolmanteen, kolmannelle neljälle jne. Myymättä jäävästä ylijäämästä aiheutuva tappio on 8 euroa/kg kun taas tyydyttämättömästä kysynnästä aiheutuvat kustannukset ovat 5 euroa/kg.

Esitä jatkuva LP-tehtävä, jonka avulla yritys voi määrittää optimaalisen tuotantosuunnitelman (tehtävää ei tarvitse ratkaista). (4 p)

- b) LP-tehtävässä on m kpl osin vaihtoehtoisia rajoituksia, jotka ovat muotoa $a_i'x \leq b_i$, $i=1, \dots, m$. Kaikkien rajoitusten ei kuitenkaan tarvitse olla yhtäaikaan voimassa, kunhan niistä vähintään k kpl toteutuu ($0 < k < m$). Miten tämä vaatimus voidaan esittää lineaarisina rajoitusehtoina? (2 p)

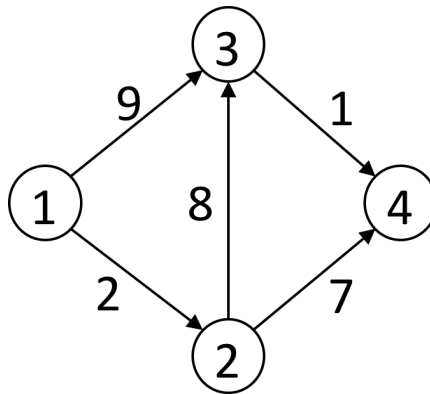
3. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{aligned} \min & 13x_1 + 10x_2 + 6x_3 \\ \text{s.e.} & 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \\ & 3x_1 + x_2 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- a) Muodosta tehtävän duaali ja ratkaise se graafisesti.
b) Laske täydentyvyys ehdoista duaalin optimiratkaisun avulla primaalin optimiratkaisu ja vahvista, että optimikustannukset ovat primaalille ja duaalille samat.
c) Primaalin 1. rajoituksen oikea puoli kasvaa arvosta 8 arvoon 9. Miten optimikustannus muuttuu (optimikanta ei muutu)?

4.

- a) Ratkaise lyhimmät polut kustakin solmusta loppusolmuun (4) Bellman-Ford-algoritmia käyttäen (4p).



- b) Selitä lyhyesti, miten verkkotehtävälle muodostetaan puuratkaisu (2p).

5.

- a) Tarkastellaan alla olevaa kokonaislukuoptimointitehtävää. Piirrä kuva ja ratkaise tehtävä Branch-and-Boundilla. Ratkaise osatehtävien relaksaatiot graafisesti (4p).

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - 2x_2 \\ \text{s.e.} \quad & -3x_1 + 4x_2 \leq 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

- b) Tarkastellaan binäärimuuttujaista optimointitehtävää

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2x_3 - x_3^3 \\ \text{s.e.} \quad & -2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 3 \\ & x_i \in \{0,1\}, i = 1,2,3. \end{aligned}$$

Esitä lineaarinen optimointitehtävä, jonka avulla tämä epälineaarinen optimointitehtävä voidaan ratkaista (vinkki: potenssiin korottaminen ei vaikuta binäärimuuttujan arvoon) (2p).