

13.1.2011

Kirjoita koepaperiin selvästi:

- Mat-2.3140 Lineaarinen ohjelmointi
- Opiskelijanumero sekä sukunimi ja viralliset etunimet tekstaten
- Koulutusohjelma ja vuosikurssi
- Allekirjoitus

Palauta myös tenttipaperi valvojille!

1. Pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa? Esitä kuhunkin väitteeseen perusteltu vastaus.
 - a. Mikäli primaalitehtävä on rajoittamaton, ei duaalitehtävä voi olla käypä.
 - b. Duaalisimplex-algoritmin alustukseen tarvitaan jokin käypä kantaratkaisu.
 - c. Jos LP-tehtävällä on rajoitettu ratkaisu, on se aina yksikäsitteinen

Määrittele lyhyesti seuraavat käsitteet:

- d. Leikkaava taso kokonaislukutehtävän ratkaisemisessa
 - e. Täydentävä polku Ford-Fulkerson-algoritmissa
 - f. Täydentyvyys ehdot.
2. Lentoyhtiö lentää arkisin Joensuusta Turkuun reittiä, jolla kone tekee välilaskun Jyväskylään. Koneessa on kolmenlaisia matkustajia: 1) niitä, jotka lentävät Joensuusta Jyväskylään, 2) niitä, jotka nousevat koneeseen Jyväskylässä ja jatkavat Turkuun ja 3) niitä, jotka lentävät koko reitin Joensuusta Turkuun. Koneessa on 30 matkustajapaikkaa.

Lentoyhtiö myy näille väleille kolmenlaisia lippuja, joiden eurohinnat ovat seuraavat:

Lipputyyppe	Joensuu- Jyväskylä	Jyväskylä- Turku	Joensuu- Turku
Business-luokan lippu	150	80	180
Turistiluokan lippu, 1 vkon etukäteisvaraus	110	75	140
Turistiluokan lippu, 3 vkon etukäteisvaraus	50	40	120

Yhtiö arvioi, että eri lipputyyppeihin kohdistuu kysyntää seuraavasti:

Lipputyyppi	Joensuu- Jyväskylä	Jyväskylä- Turku	Joensuu- Turku
Business-luokan lippu	4	8	3
Turistiluokan lippu, 1 vkon etukäteisvaraus	8	13	10
Turistiluokan lippu, 3 vkon etukäteisvaraus	22	20	18

Yhtiön myyntiorganisaation on päätettävä, kuinka monta kappaletta kutakin näistä yhdeksästä lipputyypistä se antaa matkatoimistolle edelleen myytäväksi. Muotoile tätä päätöstä tukeva LP-tehtävä, kun 1) yhtiö pyrkii maksimoimaan lennolta saatavat myyntitulot, 2) koneeseen ei voi myydä enempää lippuja kuin mitä koneessa on paikkoja, 3) myytäväksi annettavien lippujen määrä ei saa ylittää kysyntäennustetta minkään lipputyypin osalta ja 4) lippuihin kohdistuvan kysynnän oletetaan toteutuvan ennusteen mukaisesti.

3. Tarkastellaan primaalitehtävää:

$$\begin{aligned} \min c'x \\ Ax \geq b \\ x \geq 0 \end{aligned}$$

Muodosta duaalitehtävä ja muuta se vastaavaksi minimointitehtäväksi. Johda matriisilla A ja vektoreille b ja c ehdot, joiden toteutuessa duaali ja primaali ovat identtiset. Anna esimerkki, joka toteuttaa kyseiset ehdot.

4. Rakennusprojektin työtehtävät on kestoineen listattu alla olevaan taulukkoon. Oikeanpuolimmaisessa sarakkeessa luetellaan työt, joiden tulee olla valmiina ennen vastaavan työtehtävän aloittamista. Muodosta tilannetta kuvaava verkko ja laske projektin minimaalinen kokonaiskesto Bellman-Ford-algoritmilla. Minkä töiden myöhästyminen on kriittistä projektin kokonaiskeston kannalta?

Työ	Kesto	Edeltävät työt
Materiaalien tilaus	2	--
Henkilöstön palkkaus	3	--
Kuljetuskoulutus	1	Henkilöstön palkkaus
Materiaalien kuljetus	2	Materiaalien tilaus, kuljetuskoulutus
Rakennuskoulutus	2	Henkilöstön palkkaus
Rakentaminen	4	Materiaalien kuljetus, rakennuskoulutus

5. Tarkastellaan alla olevaa kokonaislukuoptimointitehtävää. Piirrä kuva ja ratkaise tehtävä Branch-and-Boundilla. Ratkaise osatehtävien relaksaatiot graafisesti.

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 + x_2 \\ \text{s.e.} \quad & x_1 + 4x_2 \leq 4 \\ & 6x_1 - 4x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$