

Kirjoita koepaperiin selvästi:

- Mat-2.3140 Lineaarinen ohjelmointi
- opiskelijanumero sekä sukunimi ja viralliset etunimet tekstaten
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- allekirjoitus

Sallitut apuvälineet: funktio- tai graafinen laskin

Vastaa kaikkiin tehtäviin

1. Pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa? Perustele.
 - a) Täydentyvyysehto on riittävä, mutta ei välttämätön ehto primaalitehtävän ratkaisuvektorin \mathbf{x} ja sitä vastaavan duaalitehtävän ratkaisuvektorin \mathbf{p} optimaalisuudelle.
 - b) Kustannusvektorin \mathbf{c} muuttaminen vaikuttaa LP-tehtävän duaalin optimaalisuusehtoihin.
 - c) Herkkyyksianalyysissä rajoitusehdossa olevan kertoimen muuttuminen ei johda käypyyden menetykseen, jos kerrointa vastaava muuttuja ei ole kannassa.

Vastaa lyhyesti:

- d) Mitä tarkoitetaan sillä että Simplex-algoritmi on pahimmillaan eksponentiaali-aikainen?
- e) Mikä on varjohinta?
- f) Mitä tarkoitetaan kokonaislukutehtävän vahvalla formulaatiolla?

2. Oletetaan että satunnaismuuttuja Z saa tasan yhden arvoista $k = 0, \dots, 4$, kunkin todennäköisyydellä p_k . Oletetaan että muuttujan Z ensimmäiselle momentille $M_1 := \sum_{k=0}^4 k p_k$ pätee $M_1 = 1$ ja vastaavasti toiselle momentille $M_2 := \sum_{k=0}^4 k^2 p_k$ pätee $M_2 = 1$.

- a) Esitä lineaarisen ohjelmoinnin tehtävä, joka ratkaisee ylärajan Z :n neljännelle momentille $M_4 := \sum_{k=0}^4 k^4 p_k$. (1 p)
- b) Muodosta a)-kohdan tehtävälle Simplex-tilauskoko vastaten käypää ratkaisua $p_1 = 1$, muut nollija, ja kerro mitä taulukon eri osissa on. (4 p)
- c) Onko muodostamasi taulukko (i) optimaalinen tai (ii) degeneroitunut? (1 p)

3. Valtio on kilpailuttanut kolmen mäntymetsän hakkuun. Metsät ovat kooltaan 4000 km², 8000 km² ja 12000 km². Yksittäisen yrityksen hakattavaksi halutaan antaa korkeintaan 50% metsäalueiden yhteenlasketusta pinta-alasta. Neljän metsäalan yrityksen tarjoukset ovat alla olevassa taulukossa.

€/km ²	Yritys 1	Yritys 2	Yritys 3	Yritys 4
Metsä 1	780	-	975	270
Metsä 2	645	765	-	315
Metsä 3	855	743	1065	360

Formuloi kuljetustehtävä, joka antaa valtiolle halvimman tavan jakaa hakkuu-urakat.

4. Olkoon x käypä piste monitahokkaassa $P = \{x \in R^n | Ax = b, x \geq 0\}$, missä $A \in R^{m \times n}$ ja $b \in R^m$. Vektori $d \in R^n$ on käypä suunta x :ssä jos ja vain jos $x + \theta d \in P$ jollakin $\theta > 0$. Osoita että d on käypä suunta x :ssä jos ja vain jos $Ad = 0$ ja $d_i \geq 0$ kaikilla i joilla $x_i = 0$.
5. Oheiseen kuvaajaan on merkitty katkoviivoituksella kaksi kolmiota ja lisäksi näiden kolmioiden kulmapisteet. Formuloi lineaarisen sekalukuoptimoinnin tehtävä, jonka käypä alue muodostuu näistä kolmioista. Keksi tehtävälle kohdefunktio siten, että tehtävän optimi on pisteessä $x^* = (2,2)$ ja siten, että tehtävä voidaan ratkaista lineaarisen ohjelmoinnin tehtävänä. Esitä koko tehtävän LP-formulaatio.

