

Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

2. välikoe 15.12.2011 / Kibble

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* seuraavat tiedot:

- Mat-1.2620 SovTnB 2. vk 15.12.2011
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohje: *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. Tehdas valmistaa nauvoja. Naulojen pituus vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaali-jakaumaa. Naulojen joukosta poimittiin yksinkertainen satunnaisotos, jonka koko oli 30. Otoskeskiarvoksi saatiin 9.99 cm ja otosvarianssiksi 0.01 cm^2 .
 - (a) Määrää 95 %:n luottamusväli naulojen pituuden odotusarvolle.
 - (b) Määrää 90 %:n luottamusväli naulojen pituuden varianssille.
2. Öljytankkereiden säiliöiden valmistuksessa käytettyjä teräslevyjä tehdään kahdessa tehtaassa. Kummankin tehtaan valmistamien levyjen joukosta poimittiin yksinkertaiset satunnaisotokset, joiden kokoina oli 200 (tehdas 1) ja 300 (tehdas 2). Tehtaan 1 levyjen joukossa oli 5 viallista levyä ja tehtaan 2 levyjen joukossa oli 25 viallista levyä.

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan viallisten levyjen suhteelliset osuudet ovat tehtaan 1 ja tehtaan 2 valmistamien levyjen joukossa samat, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että suhteelliset osuudet eivät ole samat.
3. Eräs korkean teknologian yritys USA:ssa rekrytoi työntekijänsä kolmesta lähistön yliopistosta. Yritys halusi selvittää onko yliopistolla vaikutusta työntekijöiden työsuoritusten tasoon, jota on mitattu asteikolla tyydyttävä, keskitasoa, hyvä.

Tulokset tutkimuksesta on annettu alla.

Lukumäärä		Työsuoritusten taso		
		Tyydyttävä	Keskitasoa	Hyvä
Yliopisto	A	14	31	25
	B	20	22	18
	C	27	20	13

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan työsuoritusten taso ei riipu yliopistosta.

4. Kokeessa tutkittiin seitsemän kuorma-auton polttoainetaloudellisuuden (muuttuja y , yksikkönä *mi/gal*, mailia per gallona) riippuvuutta ajoneuvon painosta (muuttuja x , yksikkönä *ton*, tonni). Kokeesta saadut tiedot on annettu alla olevassa taulukossa.

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	8.00	24.50	27.00	14.50	28.50	12.75	21.25
y_i	7.69	4.97	4.56	6.49	4.34	6.24	4.45

Aineistoa kuvaavat otostunnusluvut ovat:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 19.5 & \bar{y} &= 5.5343 \\ s_x^2 &= 61.354 & s_y^2 &= 1.655 \\ s_x &= 7.833 & s_y &= 1.286 \\ s_{xy} &= -9.518 & r_{xy} &= -0.945 \end{aligned}$$

- (a) Määrää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien β_0 ja β_1 pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

- (b) Jäännösvarianssin σ^2 harhattomaksi estimaatiksi tutkijat laskivat arvon $s^2 = 0.214$. Ennusta muuttujan y keskimääräinen arvo, kun $x = 40$. Määrää myös 95%:n luottamusväli ennusteelle.

- 5 Tutkimuksessa todettiin, että kuulalaakerin kuulien eksentrisyyden (muuttuja x) ja pinnan tasaisuuden (muuttuja y) välinen otoskorrelaatiokerroin oli $r_{xy} = 0.1$.

Testaa 5 %:n merkitsevyytasoa käyttäen nollahypoteesia, että muuttujat x ja y ovat korreloimattomia, kun vaihtoehtoiseksi hypoteesiksi valitaan kaksisuuntainen vaihtoehto ja otoskokona oli $n=502$.

Huom. Oletamme, että havainnot

$$(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$$

noudattavat kaksiulotteista normaalijakaumaa

$$N_2(\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho_{xy}).$$