

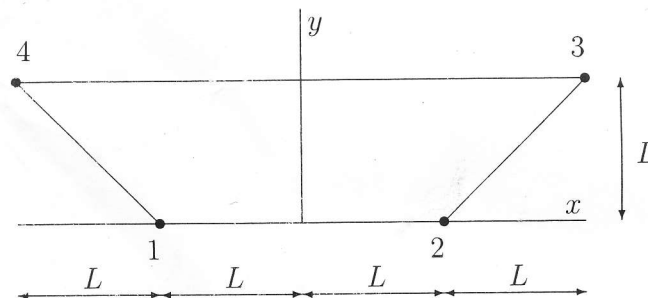
## Rak-54.3200 RTNM, Tentti 25.10.2011

1. Ratkaise diffuusio-reaktio-ongelma

$$-k \frac{d^2 u}{dx^2} + bu = f, \quad u(0) = 0, \quad q(L) = -k(L) \frac{du}{dx}(L) = 0,$$

elementtimenetelmällä käyttäen kahta lineaarista elementtiä. Vakio  $b = \beta^2 k L^{-2}$ , ja dimensiottomalla vakiolla  $\beta$  on arvo 2. Mitä voit sanoa ratkaisusi tarkkuudesta. Miten differentiaaliyhtälön ratkaisu käyttäytyy kun  $\beta$  on hyvin suuri. Piirrä periaatteellinen kuvaaja.

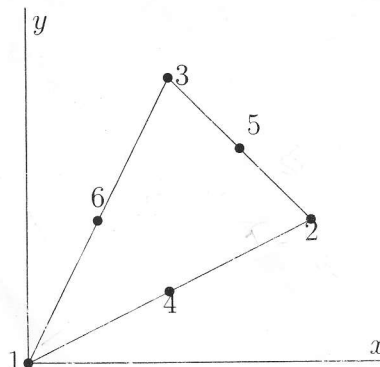
2. Määritä jännitystila oheisen nelisolmuisen isoparametrisen *tasojännitystilan* elementin keskipisteessä. Solmupisteiden siirtymät ovat:  $u_1 = u_2 = 0, u_3 = -2\Delta, u_4 = 2\Delta, v_1 = v_2 = \frac{1}{2}\Delta, v_3 = v_4 = 2\Delta$ . Materiaalia kuvataan lineaarisesti kimmoisalla ja isotrooppisella mallilla, jonka parametrit ovat  $E$  ja  $\nu$ .



3. Määritä oheisen kvadraattisen tasojännitystilan kolmioelementin lämpötilan muutoksesta aiheutuva kuormavektori:

$$\mathbf{f}_T = \int_{V(e)} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_T dV.$$

Materiaali otaksutaan lineaarisesti kommoisaksi ja isotrooppiseksi. Lämpötilan muutos on  $T - T_{\text{ref}} = \Delta T xy$ . Jännityksetön viitelämpötila  $T_{\text{ref}}$  otaksutaan vakioksi elementin alueella. Lämpövenymä määritellään seuraavasti:  $\boldsymbol{\varepsilon}_T = \alpha(T - T_{\text{ref}})[1, 1, 0]^T$ . Materiaalivakiot  $E, \nu, \alpha$  ja elementin paksuus  $t$  ovat vakioita elementin alueella. Solmujen koordinaatit ovat: 1 (0,0), solmu 2 (4L, 2L), solmu 3 (2L, 4L), solmu 4 (2L, L), solmu 5 (3L, 3L) ja solmu 6 (L, 2L).



**KÄÄNNÄ !**

4. Määritä diffuusio-reaktioyhtälön

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + bu = f, \quad u(0, t) = 0, \quad q(L, t) = -k(L) \frac{du}{dx}(L) = 0,$$

eksplisiittisen Eulerin aikaintegrointimenetelmän kriittisen aika-askeleen riippuvuus parametrusta  $\beta = bL^2/k$ . Paikkadiskretointi suoritetaan elementtimenetelmällä, ja voit käyttää kahta lineaarista elementtiä.

Mikä on tulos jos materiaali on betonia, jolle  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 880 \text{ J/(kg K)}$ ,  $k = 1,7 \text{ W/(mK)}$ ,  $L = 0,2 \text{ m}$  ja  $\beta$ :n arvot vaihtelevat välillä  $1, \dots, 100$ .