T-61.3015 DIGITAALINEN SIGNAALINKÄSITTELY JA SUODATUS

Tentti / 11.1.2012 / OS

1. Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Oikea vastaus: +1p, ei vastausta: 0p, väärä vastaus: -1p; Alla on yhdeksän väittämää. Tehtävän maksimipistemäärä on kuusi pistettä (6p) ja minimipistemäärä nolla (0p).

   (a) Kertolasku aikatasossa vastaa konvoluutiota taajuustasossa

   (b) Jos f_s on näytteenottotaajuus, välillä $2f_s \ldots 5/2f_s$ olevat taajuudet laskostuvat välille $0 \ldots f_s/2$

   (c) Sekvenssi $x[n] = \cos^2\left(\frac{2\pi}{15}n\right)$ on periodinen ja periodin pituus on N=15

   (d) Suotimen $H(z) = \frac{p_{10} + p_{11}z^{-1}}{d_{10} + d_{11}z^{-1}} + \frac{p_{20} + p_{21}z^{-1} + p_{22}z^{-2}}{d_{20} + d_{21}z^{-1} + d_{22}z^{-2}}$ asteluku on kaksi

   (e) Systeemin $h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3]$ ryhmäviive on vakio ja se on $\tau_g(\omega) = 3$

   (f) Äärellinen laskentatarkkuus aiheuttaa rajavärähtelyjä FIR-suotimissa

   (g) Impulssi-invarianttimenetelmällä saadaan analogisen suotimen koko taajuusvaste kuvatuksi IIR-digitaalisuotimen käytettävissä olevalle taajuuskaistalle $(0 \ldots f_s/2)$

   (h) Bilineaarimuunnoksella suunniteltujen Butterworth ja Chebyshev I -tyypin digitaalisten alipäästösuodattimien siirtofunktioiden kaikki nollakohdat ovat z-tason yksikköympyrällä pisteessä $z = -1$

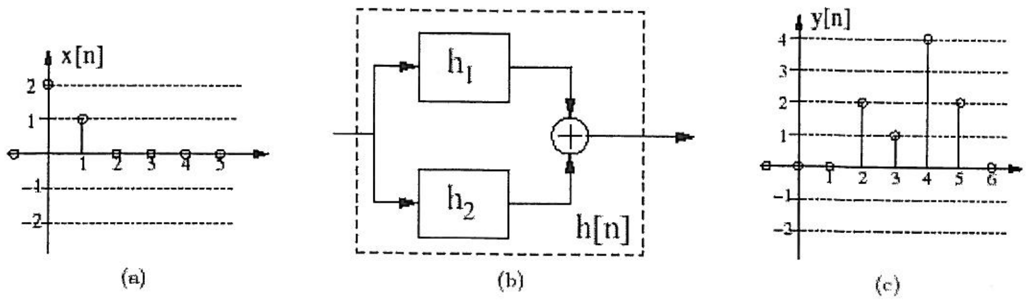
   (i) Gibbs'in ilmiöllä tarkoitetaan FIR- suotimen amplitudivasteen (taajuusvasteen itseisarvon) värähtelyä, jota voidaan vähentää valitsemalla sopiva ikkunafunktio

(6p)

2. Tarkastellaan alla olevassa kuvassa olevaa diskreettiaikaista lineaarista ja aikainvarianttia järjestelmää. Se koostuu kahdesta komponentista, jotka on yhdistetty kuvan (b) mukaisesti. Osajärjestelmän h_1 impulssivaste on $h_1[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$. Osajärjestelmän h_2 impulssivaste, $h_2[n]$, on tuntematon. Kun järjestelmään syötetään alla vasemmalla olevan kuvan (a) mukainen sekvenssi $x[n]$, saadaan ulostulona oikealla olevan kuvan (c) mukainen vaste $y[n]$, missä

$$x[n] = 2\delta[n] + \delta[n-1]$$

$$y[n] = 2\delta[n-2] + \delta[n-3] + 4\delta[n-4] + 2\delta[n-5]$$



(a) (b) (c)

   (a) Laske osasysteemin h_1 ulostulo: $y_1[n] = h_1[n] * x[n]$

   (b) Määrää koko impulssivasteen $h[n]$ kaksi ensimmäistä arvoa: $h[0]$ ja $h[1]$

   (c) Määrää toisen osajärjestelmän h_2 impulssivaste $h_2[n]$

   (d) Mikä on järjestelmän ulostulo $y_m[n]$, kun syötteenä on $x_m[n] = -x[n-1]$? Piirrä ulostulosekvenssi.

(6 p)

KÄÄNNÄ !

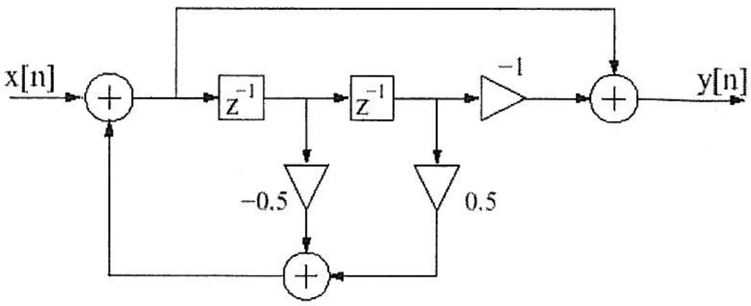
3. Tarkastellaan kahta äärellisen impulssivasteen (FIR) systeemiä, joiden impulssivasteet ovat

$$h_1[n] = \delta[n] + 2\delta[n-2] + \delta[n-4]$$
$$h_2[n] = \delta[n] - \delta[n-4]$$

a) Muodosta systeemien $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ kaskadikytkennän impulssivaste $h[n]$ ja siirtofunktio $H(z)$.
b) Laske kaskadikytkennän taajuusvasteen itseisarvo ja vaihe sekä hahmottele näiden kuvaajat.
c) Määritä kaskadikytkennän askelvaste. Miten askelvaste käyttäytyy, kun n on suuri?
d) Miten systeemien $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ rinnankytkennän vaihe käyttäytyy?

(6 p)

4. Tutkitaan oheisen kuvan mukaista digitaalisuodatinta



(a) Määrää suodattimen siirtofunktio $H(z)$ yksinkertaisimmassa muodossaan.
(b) Onko kuvan toteutus viiveiden suhteen kanoninen?
(c) Ratkaise siirtofunktion navat ja nollat ja piirrä napanollakuvio.
(d) Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$.
Onko suodin tyypiltään alipäästö/ylipäästö/kaistanpäästö/kaistanesto?
(e) Skalaa suodatin vakiolla K siten, että vahvistuksen maksimiarvoksi tulee 1 eli $max\{|KH(e^{j\omega})|\}=1$
(f) Onko suodin stabiili? Perustele!

(6p)

5. Kehitä rekursiivinen algoritmi, joka generoi sekvenssin n^3 (0,1,8,27,...). Algoritmi on muotoa

$$y[n] = \sum_{i=1}^{N} a_i y[n-i] + b$$

missä a_i ja b ovat vakioita. Mitkä ovat tarvittavat alkuarvot? (6 p)

Vihjeitä: Tutki sekvenssin peräkkäisiä termejä esimerkiksi lausekkeiden $(n-1)^3$, n^3, $(n+1)^3$ avulla ja lausu ne $y[n]$:n sekä sen siirrettyjen esiintymien avulla.

Toinen mahdollisuus on tarkastella z-muunnoksen avulla rekursiivisen generaattorin siirtofunktiota. Generaattorissa ei ole input-signaalia, mutta se voidaan ajatella "käynnistetyksi" yksikköimpulssiherätteellä.

Sekvenssin n^3 z-muunnos: $Z\{n^3\} = \dfrac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$