

## Mat-1.1132 Matematiikan peruskurssi C3-II (5 op)

Tentti 18.5.2011

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

**Ei laskimia eikä taulukkokirjoja!** Koeaika on neljä tuntia.

① Laske matriisiin

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 5 & -2 \\ 3 & -2 & 26 \end{pmatrix}$$

Cholesky-hajotelma. (6p)

② a) Laske matriisiin

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja -vektorit. (3p)

b) Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$\begin{cases} Y'(t) = AY(t) & e^{3t} \\ Y(0) = (6, 3, -6), & e^{3t} \\ & e^{3t} \end{cases}$$

missä  $A$  on kuten a-kohdassa. (3p)

③ Sovella Gram-Schmidt-menetelmää vektoreihin  $a_1 = (1, 2, 2)$  ja  $a_2 = (1, 3, 1)$  ja kirjoita tulos muodossa  $A = QR$ . (6p)

④ Olkoon  $A$  matriisi, jonka sarakkeet ovat vektorit  $a_1$  ja  $a_2$  tehtävästä 3, ja olkoon  $b = (1, 1, 1)$ . Etsi PNS-ratkaisu yhtälölle  $Ax = b$ . (6p)

$\frac{1}{2}$  ⑤ Tarkastellaan epälineaarista differentiaaliyhtälöryhmää

$$\begin{cases} y_1'(t) = y_1(t) + y_2(t)^2 \\ y_2'(t) = -y_2(t). \end{cases}$$

Määritä perustellen ryhmän tasapainotilat ja kriittisten pisteiden tyypit. (6p)