

KUL-49.1100
Dynamikk I
Dynamics I

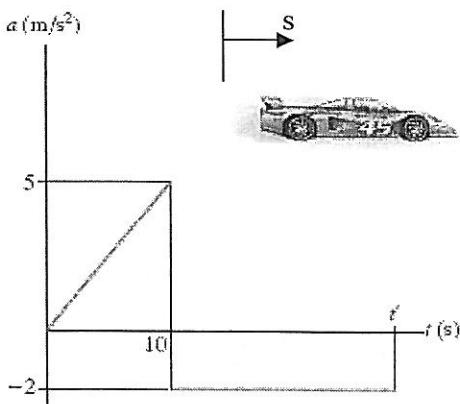
Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

I Välkoe 8.3.2011

You should try each of the four problems. Each problem is worth a maximum of 5 points. Answers must be written in the spaces provided. Put your name on every sheet.

Ratkaise neljä dynamikan ongelmaa. Tehtävät ovat maksimissaan 5 pisteen arvoisia. Kirjaan vastaukset tehtäväpaperin lopussa oleviin vastausruutuihin. Laita nimesi jokaiseen vastauspaperiin!
 Lös fyra uppgifter inom dynamik. Uppgifterna är värt max 5 poäng. Skriv svarena i rutorna som är i slutet av uppgiftspappret. Skriv ditt namn på varje papper.

1 The car travels in a straight path with an acceleration described by the graph. At time, $t = 0, \dot{s} = 0$. a) Construct the $v-t$ graph b) Construct the $s-t$ graph c) What is the velocity at $t = 11$ seconds? d) What is distance travelled, s , when the car stops, ($\dot{s} = 0$) ? e) At what time t' does the car stops? Auto liikkuu suoraviivaisesti kuvan mukaisella kiihtyvyydyllä. Alkuhetkellä $t = 0, \dot{s} = 0$. a) Määritä $v-t$ kuvaaja b) Määritä $s-t$ kuvaaja c) Mikä on auton nopeus hetkellä $t = 11$ sekuntia? d) Mikä on auton kulkema matka, s , kun se pysähtyy, eli hetkellä ($\dot{s} = 0$)? e) Millä ajanhetkellä t' auto pysähtyy? Bilen rör sig i en rak linje med acceleration enligt figuren. I början $t = 0, \dot{s} = 0$. a) Definiera $v-t$ graf b) Definiera $s-t$ graf c) Vad är bilens hastighet när $t = 11$ sekunder? d) Hur lång distans, s , har bilen åkt då den stannar, alltså då $\dot{s} = 0$? e) Vid vilken tidpunkt t' stannar bilen?	 $a(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 0.5t \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & 0 \leq t < 10\text{s} \\ -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & 10\text{s} \leq t < t' \\ 0 & t > t' \end{cases}$
--	--

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number_____

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

Vastaukset: Svar: Answers: max 1 point for each answer		
<i>v-t</i> graph <i>v-t</i> kuvaaja <i>v-t</i> graf	<i>s-t</i> graph <i>s-t</i> kuvaaja <i>s-t</i> graf	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	
velocity at $t = 11$ seconds nopeus hetkellä $t = 11$ s hastighet när $t = 11$ s	distance at ($\dot{s} = 0$) kuljettu matka, kun ($\dot{s} = 0$) distans när ($\dot{s} = 0$)	time t' when car stops aika t' , jolloin auto pysähtyy tidepunkten t' , då bilen stannar
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

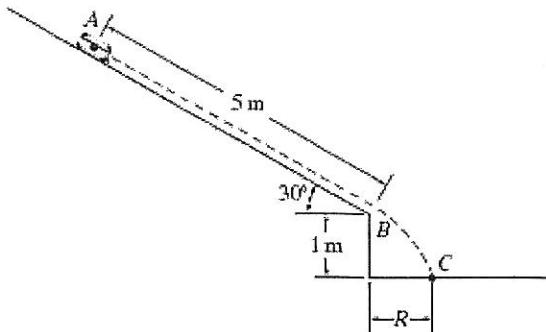
Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

2

The 200 N (20.4 kg) suitcase slides down the ramp without friction $\mu_k = \mu_s = 0$. At point A the speed is zero.

- Draw the free body diagram for the suitcase at point A.
- Write the equation of motion of the suitcase at point A.
- Write the horizontal component of velocity of the suitcase, $(v_B)_x$, at point B.
- Compute the time needed for the suitcase to travel between points B and C, t_{BC} .
- Compute the distance R.



Laukku, jonka paino 200 N (20.4 kg), liukuu alas kitkatonta luiskaa, $\mu_k = \mu_s = 0$. Pisteessä A laukku on levossa.

- Piirrä vapaakappalekuva laukusta pisteessä A.
- Kirjoita laukun likeyhtälöt pisteessä A.
- Ratkaise laukun nopeuskomponentti vaakatasossa, $(v_B)_x$ pisteessä B
- Ratkaise aika, t_{BC} , joka laukulta kuluu pisteiden B ja C välillä
- Ratkaise etäisyys R.

En väska, som väger 200 N (20.4 kg), glider ner för en friktionsfri ramp, $\mu_k = \mu_s = 0$. Vid punkt A är väskan stilla.

- Rita frikroppsilden av väskan vid punkt A.
- Skriv väskans rörelse-ekvationer vid punkt A.
- Lös väskans vågräta hastighetskomponent $(v_B)_x$ vid punkt B
- Lös tiden, t_{BC} , som det tar för väskan att röra sig mellan B och C
- Lös distansen R.

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

Vastaukset: Svar: Answers: max 1 point for each answer

Free body diagram at A
VK kuva at A
Frikroppsbilden vid punkt A

Equations of motion at A
Likeyhtälöt pisteessä A
Rörelse-ekvationer vid punkt A

$(v_B)_x$

t_{BC}

R

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

- 3 The force P moves the collar of mass m along the spiral rod. The shape of the rod is given by $r = (2\theta)$ where θ is in radians. When $\theta = \pi/2$, P is exactly tangential to the rod. Friction between the collar and rod can be ignored. The angular rate of rotation of the mass about O is

$$\dot{\theta} = A \text{ radians / s. When } \theta = \pi/2:$$

- Draw the free body diagram for the collar.
- Define the radial acceleration of the collar, a_r .
- Define the angular acceleration of the collar, a_θ .
- Write the equation of motion of the collar in the radial direction (\bar{u}_r).
- Solve for P

Luisti, jonka massa on m , liikkuu voiman P vaikutuksesta kaarevaa sauvaan pitkin. Voiman P suunta sauvaan nähdään on tangentiaalinen, kun kulma on $\theta = \pi/2$.

Sauvan muodon määritää yhtälö $r = (2\theta)$, jossa kulma θ on radiaaneissa. Kulmanopeus origon O ympäri on

$$\dot{\theta} = A \text{ radians / s. Kun kulma on } \theta = \pi/2:$$

- Piirrä vapaakappalekuva luistille
- Määritä luistin kiihtyyväyskomponentti a_r
- Määritä luistin kiihtyyväyskomponentti a_θ
- Kirjoita luistin likeyhtälöt säteen suunnassa (\bar{u}_r).
- Ratkaise voima P

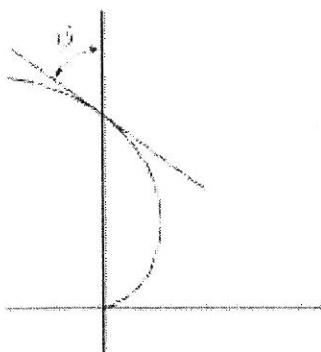
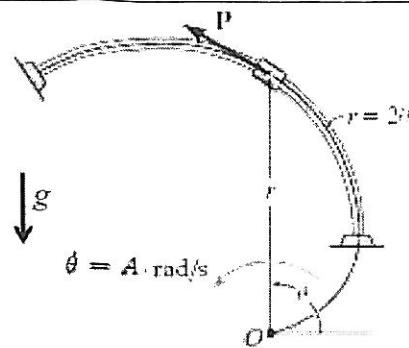
Kraften P rör sliden längs med den böjda staven. När vinkeln $\theta = \pi/2$, så är P precis tangerad med staven.

Stavens form defineras $r = (2\theta)$, var θ är i radian.

Vinkelhastigheten runt origon är $\dot{\theta} = A$ radian / s.

När $\theta = \pi/2$:

- Rita frikroppsbild till sliden
- Definiera accelerations komponenten a_r
- Definiera accelerations komponenten a_θ
- Skriv slidens rörelse-ekvation för riktning \bar{u}_r .
- Lös kraften P



Recall that the angle between the tangent to the path and \bar{u}_r is given by $\tan \psi = \frac{rd\theta}{dr}$

Radan tangentin ja kantavektorin \bar{u}_r väliselle kulmalle on olemassa yhteyks $\tan \psi = \frac{rd\theta}{dr}$.

Vinkeln mellan banans tangent och enhetsvektor \bar{u}_r har relationen $\tan \psi = \frac{rd\theta}{dr}$.

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

Large empty rectangular box for drawing.

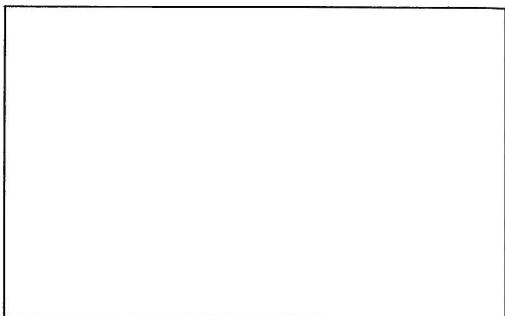
Vastaukset: Svar: Answers: max 1 point for each answerWhen $\theta = \pi/2$: Kun $\theta = \pi/2$: När $\theta = \pi/2$:

Sketch the free body diagram for the collar

 a_r

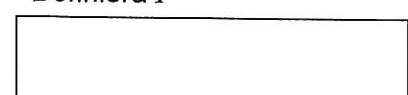
Piirrä luistin vapaakkappalekuva

Slidens frikroppsbild

 a_θ .

Equation of motion in radial direction

Likeyhtälöt säteen suunnassa

Rörelse-ekvationen för riktning \vec{u}_r Define P Määritä voima P Definiera P 

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

<p>4</p> <p>Cylinder A has a weight of 600 N and cylinder B has a weight of 100 N. At $t = 0$, the kinetic energy of both masses is zero, $(T_A)_0 = (T_B)_0 = 0$. Friction and the mass of the chords and pulleys may be neglected.</p> <ol style="list-style-type: none"> Write the compatibility equation between s_A and s_B. Determine the change in height of cylinder A, Δs_A, when $\dot{s}_A = 2 \frac{m}{s}$ Sketch the free body diagram of the cylinder B Write the equation of motion of cylinder B. Determine the tension in the chord, T. <p>Sylinterin A paino on 600N ja sylinterin B 100N. Alkuhetkellä $t = 0$ systeemi on levossa, $(T_A)_0 = (T_B)_0 = 0$. Järjestelmä on kitkaton ja köydet massattomia.</p> <ol style="list-style-type: none"> Kirjoita köysihtälö, eli kytke koordinaatin s_A liike koordinaatin s_B liikkeeseen. Määritä sylinterin A liikkuma matka Δs_A, kun sylinterin A nopeus on $\dot{s}_A = 2 \frac{m}{s}$. Piirrä sylinterin B vapaakappalekuva. Kirjoita likeyhtälöt sylinterille B Määritä köyden jännittys T <p>A Cylinderns vikt är 600N och B cylinderns 100N. I början $t = 0$ är systemet stilla, alltså $(T_A)_0 = (T_B)_0 = 0$. Systemet är friktionsfritt och snören är masslösa.</p> <ol style="list-style-type: none"> Skriv ut kompatibilitetsekvationen mellan s_A och s_B. Definiera distans, Δs_A, för A cylindern, när A cylinderns hastighet är $\dot{s}_A = 2 \frac{m}{s}$. Rita B cylinderns frikroppsbild. Skriv rörelse-ekvationen för B cylindern Definiera snörets spänning T 	
---	--

Nimi, Name _____

Opintokirjan numero, Student number _____

Vastaukset: Svar: Answers: max 1 point for each answer		
Compatibility equation between s_A and s_B . Köysihtälö, kytketty liike koordinaateille s_A ja s_B Δs_A Kompatibilitetsekvationen mellan s_A och s_B		
Free body diagram of B Kappaleen B VK B cylinderns frikroppsbild	Equation of motion of B Kappaleen B likeyhtälöt B cylinderns rörelse-ekvation	tension T jännitys T spänning T

Kul-49.1100 Dynamiikka I; kaavoja (Dynamics I; equations)

PERUSTEET

Perussuureet (base units)

asema (position) \vec{r} [m]

aika (time) t [s]

massa (mass) m [kg]

Johdannaissuureita (derived units)

voima (force) \vec{F} [N]

nopeus (velocity) $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

kiihdyvyys (acceleration) $\vec{a} = \ddot{\vec{v}}$

siirtymä-nopeus-kiihdyvyys (displacement-velocity-acceleration) $ads = vdv$

liikemäärä (momentum) $\vec{P} = m\vec{v}$

liikemäärään momentti (angular momentum) $\vec{H}_o = \vec{r} \times m\vec{v}$

voiman momentti (force moment) $\vec{M} = \vec{r} \times m\vec{v}$

voiman impulssi (linear impulse) $\vec{I} = \int \vec{F}(t)dt$

voiman momentin impulssi (angular impulse) $\int \vec{M}_o dt = \int \vec{r} \times \vec{F} dt$

liike-energia (kinetic energy) $T = \frac{mv^2}{2}$

voiman teho (power) $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

voiman työ (work done by a force) $U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$

painovoiman potentiaalienergia (gravitational potential energy) $V_g = mg\Delta y$

energian säilymisen lause (conservation of energy principle) $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

työ ja liike-energia lause (work energy principle) $T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$

jousivoiman työ (work done by a linear spring) $U_s = -(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$

Peruslait (basic physical laws)

liikelaki (Newton's 2nd law) $\vec{F} = m\vec{a}$

voiman ja vastavoiman laki (Newton's 3rd law) $\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$

Konstitutiivisia yhteyksiä (constitutive relationships)

jousi (spring) $F_s = k(s - s_0)$

vääntö jousi (rotational spring) $M_s = k_\theta(\theta - \theta_0)$

vaimennin (damper) $F = k\dot{s}$

gravitaatio (gravity) $F = mg$

Coulombin liikekitka (Coulomb friction) $F = \mu_k N$

lepotikitka (static friction) $F \leq \mu_s N$

sysäsyhtälö (restitution equation) $e = ((v_B)_2 - (v_A)_2)/((v_A)_1 - (v_B)_1)$

KINEMATIIKKA eri koordinaatistoissa (Kinematics for various coordinate systems)

Karteesinen koord. (Cartesian) $\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$, $\vec{v} = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}$, $\vec{a} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}$

Napakoord. (polar coord.) $\vec{r} = r \vec{u}_r$, $\vec{v} = \dot{r} \vec{u}_r + r \dot{\theta} \vec{u}_\theta$, $\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{u}_r + (r \ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \vec{u}_\theta$

Ratakoordinaatisto (normal and tangential coord.) $\vec{v} = \dot{s} \vec{u}_t$, $\vec{a} = \ddot{s} \vec{u}_t + (\dot{s}^2/\rho) \vec{u}_n$,

$$\rho = [1 + (dy/dx)^2]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

Suoraviivainen liike (rectilinear motion) constant acceleration $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$,

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0), \quad v = v_0 + a_c t$$

Suhteellinen liike (relative motion) acceleration $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$, $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

JÄYKÄN KAPPALEEN TASOLIIKE x-y liike (Planar motion for rigid bodies x-)

Kulmanopus ja -kiihtyvyys (angular velocity and acceleration) $\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{k}$, $\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}}$

Suhteellinen liike (relative motion analysis) $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$, $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A}$

Hitausmomentti (mass moment of inertia) $I = \int r^2 dm$

Steinerin lause (Steiner's parallel axis rule) $I = I_G + md^2$

Hitaussäde (radius of gyration) $k = \sqrt{I/m}$

Liike-energia (kinetic energy) $T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$

voiman momentin impulssi (angular impulse) $(\vec{H}_0)_1 + \Sigma \int \vec{M}_O dt = (\vec{H}_0)_2$

Liike yhtälö-rotaatio (equation of motion - rotation) $\vec{M}_G = I_G \dot{\vec{\omega}}$

Voimien momentille pisteen P suhteen (moment sum about point P - kinetic moment)

$$\sum M_P = \sum (M_k)_P = I_G \vec{\alpha} + \vec{r}_{G/P} \times m \vec{a}_G$$