

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Välikoe 1 21.02.2011

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Laske seuraavien integraalien (tarkat) arvot:

$$\text{a) } \int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx \quad \text{b) } \int_0^1 \ln x \, dx \quad \text{c) } \int_0^{\infty} \frac{1}{e^x + 1} \, dx$$

2. Luvuista

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^{5/4}}$$

tiedetään, että $s_n = 4.1951068\dots$ kun $n = 9999$. Lähtien tästä tiedosta laske raja-arvo $s = \lim_n s_n$ viiden merkitsevän numeron tarkkuudella. Perustele tarkkuus!

3. Funktiosta $f(x)$ tiedetään, että $f(x)$ on jatkuvasti derivoituva välillä $[0, \infty)$, $f(0) = 1$, $f'(0) > 0$ ja

$$1 + A(x) = \frac{1}{[f'(x)]^2}, \quad x > 0,$$

missä $A(x)$ on käyrän $y = f(x)$ ja x -akselin väliin jäävän alueen pinta-ala välillä $[0, x]$. Millä x :n arvolla on $f(x) = 2$?

4. Ratkaise:

$$\text{a) } x^2 y' = x^2 + xy + y^2 \quad \text{b) } y'' + 3y' + 2y = x + e^{-x}$$