

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Mellanföreläsning 1 21.02.2011

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutföreläsning eller mellanförhöreläsning med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

1. Beräkna (exakta) värdena av följande integraler:

$$\text{a) } \int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx \quad \text{b) } \int_0^1 \ln x \, dx \quad \text{c) } \int_0^{\infty} \frac{1}{e^x + 1} \, dx$$

2. Om talen

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^{5/4}}$$

vet man, att $s_n = 4.1951068 \dots$ då $n = 9999$. Beräkna gränsvärdet $s = \lim_n s_n$ med fem gällande siffrors noggrannhet utgående från den informationen. Motivera noggrannheten!

3. Om funktionen $f(x)$ vet man, att $f(x)$ är kontinuerligt deriverbar i intervallet $[0, \infty)$, $f(0) = 1$, $f'(0) > 0$ och

$$1 + A(x) = \frac{1}{[f'(x)]^2}, \quad x > 0,$$

där $A(x)$ är arean hos området mellan kurvan $y = f(x)$ och x -axeln i intervallet $[0, x]$. För vilket värde av x är $f(x) = 2$?

4. Lös:

$$\text{a) } x^2 y' = x^2 + xy + y^2 \quad \text{b) } y'' + 3y' + 2y = x + e^{-x}$$