

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Välikoe 1 10.10.2011

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

- a) Perustuen kunta-aksiomiin ja niistä johdettuun laskusääntöön $0 \cdot x = 0 \forall x$ näytä oikeaksi kunnan laskusääntö $-x = (-1) \cdot x$.
b) Rationaalilukujen kunnan järjestetyssä laajennuksessa määritellään luvun $x \in \mathbb{Q}$, $x > 0$ m :s juuri $\sqrt[m]{x}$ ($m \in \mathbb{N}$, $m \geq 2$) lukuna a , jolle pätee $a^m = x$ ja $a > 0$. Perustuen tähän määritelmään ja kunta-algebraan näytä oikeaksi laskusääntö $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[mn]{x}$.
2. Tarkastellaan palautuvaa lukujonoa

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n^2 + 3n + 2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

- Näytä induktiolla, että $a_n = (n + 7)/(n + 1) \forall n$.
 - Todista suoraan lukujonon raja-arvon määritelmästä, että $\lim_n a_n = 1$.
- a) Jos \vec{a}, \vec{b} ovat lineaarisesti riippumattomat tason vektorit, niin millä t :n arvoilla vektorit $\vec{a} - t\vec{b}$ ja $t\vec{a} - 3\vec{b}$ ovat myös lineaarisesti riippumattomat?
b) Ratkaise trigonometrinen yhtälö $\cos 2x = \sin x + \cos x$.
 - Näytä, että avaruussuorat $S_1 : x + 2 = y = 1 - z$ ja $S_2 : \vec{r} = \vec{i} + a\vec{j} - a\vec{k} + t(a\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})$ leikkaavat jokaisella vakion a ($a \in \mathbb{R}$) arvolla. Millä a :n arvoilla suorien välinen (pienempi) kulma on 60° ?