

## Mat-1.1010 Grundkurs L1

Mellanföreläsning 1 10.10.2011

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutföreläsning eller mellanföreläsning med ordningsnummer. Examenprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

- a) Utgående från axiomen för kroppar samt räkneregeln  $0 \cdot x = 0 \forall x$ , som kan härledas från dessa, visa att räkneregeln  $-x = (-1) \cdot x$  gäller för kroppar.  
b) I en ordnad utvidgning av kroppen av rationella talen definieras  $m$ :te roten  $\sqrt[m]{x}$  av ett tal  $x \in \mathbb{Q}$ ,  $x > 0$  ( $m \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq 2$ ) som talet  $a$ , för vilket gäller att  $a^m = x$  och  $a > 0$ . Utgående från denna definition och med hjälp av kroppsalgebra visa räkneregeln  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[mn]{x}$ .

2. Vi studerar den rekursiva talföljden

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n^2 + 3n + 2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

- a) Visa med hjälp av induktion att  $a_n = (n+7)/(n+1) \forall n$ .  
b) Visa utgående direkt från definitionen av talföljders gränsvärde att  $\lim_n a_n = 1$ .
- a) Om  $\vec{a}, \vec{b}$  är linjärt oberoende vektorer i planet, för vilka värden på  $t$  kommer vektorerna  $\vec{a} - t\vec{b}$  och  $t\vec{a} - 3\vec{b}$  att också vara linjärt oberoende?  
b) Lös den trigonometriska ekvationen  $\cos 2x = \sin x + \cos x$ .
- Visa att de två linjerna  $S_1 : x + 2 = y = 1 - z$  och  $S_2 : \vec{r} = \vec{i} + a\vec{j} - a\vec{k} + t(a\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k})$  i rummet skär varandra för varje värde på konstanten  $a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ). För vilka värden på  $a$  är (den mindre) vinkeln mellan linjerna  $60^\circ$ ?