

Mat-1.1120 Matematiikan peruskurssi C2

Ylioppilastutkinnossa hyväksytyt laskimet sallittu.
Valitse viisi (5) tehtävää kuudesta!

1. Olkoon $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x + \cos(xy)$.

a) Laske $\frac{\partial f}{\partial x}$ ja $\frac{\partial f}{\partial y}$. (2p)

b) Laske $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ja $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$. (2p)

c) Laske $\nabla f(1, 1)$. (2p)

2. Laske:

a) Taylor-sarja funktiolle $x + \cos(x)$ kehityspisteessä 0. (2p)

b) Integraalin

$$\int_0^1 x + \cos(x) dx$$

arvo yhden desimaalin tarkkuudella käyttäen Taylorin polynomeja. (4p)

Taikasana: alternoiva sarja.

3. Tarkastellaan kuutiota $[0, 1]^3$. Kuutio ajatellaan epähomogeeniseksi kappaleeksi, jossa aineen tiheys noudattelee jatkuvaa funktiota $f: [0, 1]^3 \rightarrow (0, \infty)$, $f(x, y, z) = xz \sin(y)$. Muodosta tämän kappaleen painopisteen koordinaatit funktion f avulla. (6p)

4. Määritä lukujen 7 ja 9 käänteisalkiot

a) ryhmässä \mathbf{Z}_{11} , kun laskutoimitus on yhteenlasku (mod 11). (3p)

b) ryhmässä $\mathbf{Z}_{11} \setminus \{0\}$, kun laskutoimitus on kertolasku (mod 11). (3p)

5. Valkoisesta 3×3 -ruudukosta kaksi ruutua väritetään mustaksi. Montako olennaisesti erilaista ruudukkoa saadaan, jos ruudukko on piirretty

a) paperille? (3p)

b) piirtoheitinkalvolle (\Rightarrow peilauksetkin ovat symmetrioita)? (3p)

6. Lukujono (a_n) toteuttaa palautuskaavan $a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ ja alkuehdot $a_0 = a_1 = 1$. Määritä jonon yleisen termin a_n lauseke.