

## Mat-1.1220 Matematiikan peruskurssi S2

Tentti 2.9.2011

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

**Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa. Koeaika on neljä tuntia.**

1. Suppeneeko sarja

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^2}$  ?

Perustele tarkasti. (3p/kohta)

2. a) Etsi raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2}$$

tai osoita, että se ei ole olemassa. (3p)

b) Voidaanko funktio

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - 3x + 2}, \quad x \notin \{1, 2\},$$

määritellä suorilla  $x = 1$  ja  $x = 2$  siten, että siitä tulee jatkuva koko tasossa? (3p)

3. Käyttämällä Lagrangen menetelmää etsi lyhin etäisyys pisteestä  $(1, 1)$  suoralle  $x + y = 8$ . (6p)

4. Laske integraali

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} 3(x^2 + y^2) dy dx. \quad (6p)$$

5. Laske vektorikentän  $\mathbf{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (6z, y^2, 12x)$$

tekemä työ kuljettaessa käyrä  $\mathbf{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{r}(t) = (\sin t, \cos t, t/6)$  pisteestä  $\mathbf{r}(0)$  pisteeseen  $\mathbf{r}(2\pi)$ . (6p)

6. Laske vektorikentän  $\mathbf{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 2y, 3z)$$

vuon ulospäin

a) läpi pallopinnan  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

b) laatikosta  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$ .

(Kustakin kohdasta 3p.)