

Yo-kirjoituksissa hyväksyty laskin sallittu.

1. Olkoon  $\lambda$  matriisin

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 1 & \beta \\ 4 & \alpha & \beta & 2 \\ 4 & \beta & \alpha & 2 \\ \beta & 3 & 3 & \alpha \end{bmatrix}.$$

ominaisarvo. Millä lukuja  $\alpha$ ,  $\beta$  ja  $\lambda$  koskevalla ehdolla  $[0 \ 1 \ -1 \ 0]^T$  on ominaisarvoa  $\lambda$  vastaava ominaisvektori?

2. Määritä differentiaaliyhtälölle  $y' = y \cos x$  sellainen ratkaisu, että  $y(0) = 1$ .
3. Etsi parametrisoidun käyrän  $x = t^2$ ,  $y = t^3$  kaarenpituus välillä  $t \in [0, 1]$ .
4. Etsi ellipsin  $4x^2 + 9y^2 = 36$  ne pisteet, jotka ovat lähimpänä ja kauimpana suorasta  $x + y = 10$ .  
 Vihje: pisteen  $(x_0, y_0)$  etäisyys suorasta  $Ax + By + C = 0$  on

$$\frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

5. Laske

$$\iint_D (x + y) dA$$

missä  $D$  on se  $xy$ -tason 1. neljänneksen alue, jonka rajaavat suorat  $y = 0$  ja  $y = \sqrt{3}x$  sekä ympyrän  $x^2 + y^2 = a^2$  kaari ( $a > 0$ ).

Trigonometrinen funktioiden arvoja:

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0