
A?

Matematiikan peruskurssi BTT2

Mat-1.1820

Hakula

Tentti, 2.9. 2011

T

Kokeessa saa käyttää laskimia. Moniosaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu.

TEHTÄVÄ 1 Olkoon annettuna \mathbb{R}^3 :n vektorit:

$$a_1 = (1 \ 1 \ 1)^T, \quad a_2 = (1 \ 1 \ 0)^T, \quad a_3 = (1 \ 0 \ 0)^T.$$

a) Osoita, että $\{a_1, a_2, a_3\}$ on kanta.

b) Etsi pisteen $(2, 9, 2011)$ koordinaatit kannassa $\{a_1, a_2, a_3\}$.

TEHTÄVÄ 2 Laske integraali $\int_0^1 x e^{-2x} dx$

a) Numeerisesti puolisuunnikassäännöllä käyttäen neljää osaväliä.

b) Montako osaväliä tarvitaan, jotta virhe olisi $< 1/1000$?

TEHTÄVÄ 3 Ratkaise alkuarvotehtävä

$$y'' + 16y = 0$$

ehtoilla $y(0) = -6, y'(0) = 32$.

TEHTÄVÄ 4 Etsi origon pienin ja suurin etäisyys käyrästä

$$17x^2 + 12xy + 8y^2 = 100.$$

TEHTÄVÄ 5 Olkoot X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia, $-1 < x < 2, 0 < y < 3$. Tarkastellaan satunnaismuuttujaa (X, Y) , jonka tiheysfunktio on

$$f_{XY}(x, y) = \frac{4e}{81(2e^3 - 5)}(x^2 e^x y^3)$$

a) Varmista, että $f_{XY}(x, y)$ toteuttaa tiheysfunktion vaatimukset.

b) Laske $P[0 < X < 1 \text{ ja } 0 < Y < 1]$.