Tfy-0.1064 Fysiikka 4 Tentti 20.5.2011

Merkitse jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, koulutusohjelma ja kurssin koodi.
Mainitse suorititko laskuharjoituksia keväällä 2011. Käytä selkeää käsialaa!

1. Vastaa lyhyesti ja selkeästti seuraaviin kysymyksiin.

a) Mitä tarkoittaa Braggin sironta ja mihin sitä voidaan soveltaa?

b) Kirjoita lauseke positiivisen x-akselin suuntaan lasissa (taitekerroin n) etenevälle y-suuntaan lineaarisesti polaroidulle sähkömagneettiselle tasoaallolle, jonka taajuus on ω. Ilmoita lauseke taajuuden, taitekertoimen ja luonnonvakioiden avulla parametrisoituna. Tässä riittää tarkastella vain aallon sähkökenttää. (1p)

c) Mikä on Lenzin laki? Näytä, että ymmärrät Lenzin lain sisältyvän Faradayn lakiin. (1p)

d) Selosta muuntajan toimintaperiaate. (1p)

e) Mikä on Poyntingin vektori ja mitä se kuvaa fysikaalisesti? (1p)

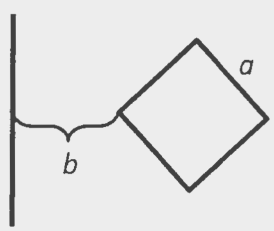
f) Mitä tarkoitetaan sähkömagneettisen aallon polarisaatiolla ja mistä tekijöistä se riippuu? (1p)

2. Vastaa molempiin kohtiin.

a) Arvioidaan silmän erotuskykyä. Sitä voi testailla pimeällä auton valojen kanssa. Kun auto on kaukana ei ajovaloja pysty erottamaan toisistaan, vaan vastaan näyttää tulevan vain yksi valonlähde. Kun auto tulee lähemmäksi, pystytään erottamaan kaksi erillistä valonlähdettä. Arvioi millä etäisyydellä tämä on mahdollista, jos ajovalojen etäisyys on 2 m ja silmän pupillin halkaisija on 5 mm. (3p)

b) Paikallaan oleva henkilö kuuntelee junan pillin ääntä. Kun juna lähestyy havaittu taajuus on 219 Hz. Loittonevan junan pillin taajuus on 184 Hz. Äänennopeus ilmassa on 340 m/s. Mikä on junan nopeus ja pillin taajuus? (3p)

3. Kirjoita lauseke kuvassa olevan suoran virtajohtimen ja neliön muotoisen virtasilmukan muodostaman systeemin induktanssille. Neliötä (sivun pituus on a) on käännetty kulman 45° verran vaakatason suhteen. (6p)



4. Maxwellin yhtälöt

a) Kirjoita Maxwellin yhtälöt differentiaalimuodossa ja nimeä esiintyvät suureet. (2p)

b) Tulkitse Maxwellin yhtälöt fysikaalisesti. Perustele huolella. (3p)

c) Johda aaltoyhtälö magneettikentälle tyhjiössä. (1p)

5. Harmoninen lineaarisesti polaroitunut tasoaalto osuu kohtisuorasti kahden aineen rajapinnalle. Aine, josta aalto tulee on tyhjiö ja toisen aineen taitekerroin oikeakätisesti ympyräpolaroidulle aallolle on n_o ja vasenkätisesti polaroidulle n_v. Johda sähkömagneettisen kentän rajapintaehdoista lähtien lauseke heijastuneelle intensiteetille. (Vihje: ilmoita lineaarisesti polaroitunut aalto ympyräpolaroitujen aaltojen superpositiona.) (6p)

Vakioiden arvoja

Planckin vakio	$h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ Js
$h/2\pi$	$\hbar = 1.0546 \cdot 10^{-34}$ Js
valon nopeus tyhjiössä	$c = 2.9979 \cdot 10^{8}$ m/s
alkeisvaraus	$e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ C
tyhjiön permeabiliteetti	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2
tyhjiön permittiivisyys	$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ F/m
Boltzmannin vakio	$k = 1.3807 \cdot 10^{-23}$ J/K
elektronin lepomassa	$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}$ kg
protonin lepomassa	$m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$ kg
neutronin lepomassa	$m_n = 1.6749 \cdot 10^{-27}$ kg
Stefan-Boltzmannin vakio	$\sigma = 5.6705 \cdot 10^{-8}$ W/(m^{2}K^4)

Nabla sylinterikoordinaateissa

$$\vec{\nabla} = \hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\varphi}}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat{\varphi} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right]\hat{k}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

Nabla pallokoordinaateissa

$$\vec{\nabla} = \hat{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\theta}}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\hat{\varphi}}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial(\sin\theta A_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r} + \left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\varphi}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$

Integraaleja

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax$$

$$\int \sin^2 ax\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \cos^2 ax\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \sin^3 ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + \frac{1}{3a}\cos^3 ax$$

$$\int \cos^3 ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax - \frac{1}{3a}\sin^3 ax$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2e^{-ax^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}$$

$$\int x\sin ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\sin ax - ax\cos ax)$$

$$\int x\cos ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\cos ax + ax\sin ax)$$

$$\int x^2\sin ax\,dx = \frac{1}{a^3}(2\cos ax + 2ax\sin ax - a^2x^2\cos ax)$$

$$\int x^2\cos ax\,dx = \frac{1}{a^3}(-2\sin ax + 2ax\cos ax + a^2x^2\sin ax)$$

$$\int x^n\sin ax\,dx = -\frac{1}{a}x^n\cos ax + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos ax\,dx$$

$$\int x^n\cos ax\,dx = \frac{1}{a}x^n\sin ax - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin ax\,dx$$

$$\int x\sin^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x\sin 2ax}{4a} - \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x\cos^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x\sin 2ax}{4a} + \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x^2\sin^2(ax)dx = \frac{x^3}{6} - \frac{x\cos(2ax)}{4a^2} - \frac{(-1+2a^2x^2)\sin(2ax)}{8a^3}$$

Vektorilaskentaa

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B} - (\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C}$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C} = (\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B} - (\vec{B}\cdot\vec{C})\vec{A}$$

$$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\times\vec{B})\cdot\vec{C}$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) = \begin{vmatrix}\vec{A}\cdot\vec{C} & \vec{A}\cdot\vec{D}\\ \vec{B}\cdot\vec{C} & \vec{B}\cdot\vec{D}\end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla}(\psi\xi) = \xi\vec{\nabla}\psi + \psi\vec{\nabla}\xi$$

$$\vec{\nabla}\times(\psi\vec{A}) = \vec{\nabla}\psi\times\vec{A} + \psi\vec{\nabla}\times\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\cdot(\psi\vec{A}) = \vec{\nabla}\psi\cdot\vec{A} + \psi\vec{\nabla}\cdot\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} + \vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) + \vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})$$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B}) = \vec{A}(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}) - \vec{B}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}$$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) - \nabla^2\vec{A}$$

Trigonometeriaa

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$

   $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha \qquad \frac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \cot^2\alpha$

2. $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

   $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

   $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} \qquad \tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$

   $\cot(\alpha+\beta) = \frac{\cot\alpha\cot\beta - 1}{\cot\alpha + \cot\beta} \qquad \cot(\alpha-\beta) = -\frac{\cot\alpha\cot\beta + 1}{\cot\alpha - \cot\beta}$

3. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

   $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$

4. $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$

   $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]$

   $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$

5. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$

   $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha \qquad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$

   $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \qquad \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

   $\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha} \qquad \cot\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$