Aalto-yliopisto
Teknillisen fysiikan laitos

Tfy-0.1061 Fysiikka 1 **Tentti, 26.10.2011**

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.
Vaihtoehto A: vastaa **tehtävään 1** sekä valintasi mukaan **kolmeen muuhun** tehtävään. Kurssiarvosana määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteiden perusteella.
Vaihtoehto B: vastaa **kaikkiin** tehtäviin. Kurssiarvosana määräytyy tämän tentin perusteella.
Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta A huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon B mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia. Voit vastata kysymyksiin suomeksi, ruotsiksi tai englanniksi.

1. **Pakollinen tehtävä**

   a) Hiukkasen paikkavektori muuttuu ajassa eli $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$. Kirjoita paikkavektori *karteesisessa koordinaatistossa* (x,y,z) sekä *sylinterikoordinaatistossa* (r,ϕ,z) ja selvitä hiukkasen nopeuden $\mathbf{v}(t)$ sekä kiihtyvyyden $\mathbf{a}(t)$ lausekkeet kummassakin koordinaatistossa.
   Mitä saat $\mathbf{v}(t)$:n ja $\mathbf{a}(t)$:n lausekkeiksi, jos $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$ ja $z = t^2$? Aputietoja löytyy koepaperin lopusta. (4p)
   Bonuspistemahdollisuus: Minkälaisesta liikkeestä on kyse? (+1p)

   b) Ratkaise erään sähköisen piirin toimintaa kuvaava differentiaaliyhtälö

   $$L\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{C}I = E_0\cos(\omega t),$$

   missä $I = I(t)$, suureet L, C, E_0 ja ω ovat positiivisia vakioita ja $\omega \neq 1/\sqrt{LC}$. (4p)

2. Kvanttimekaanista hiukkasta kuvattaessa on tärkeää tietää sen aalto-ominaisuudet ilmaiseva *aaltofunktio* $\psi(x,t)$. Tarkastellaan tässä tehtävässä hiukkasta (massa m), jota kuvaa paikasta riippuva aaltofunktio

   $$\psi(x) = \begin{cases} A\frac{x}{a} & , 0 \leq x \leq a \\ A\frac{b-x}{b-a} & , a < x \leq b \\ 0 & , \text{muulloin.} \end{cases}$$

   a) Määritä vakio A siten, että aaltofunktio on oikein normitettu. (2p)

   b) Millä todennäköisyydellä hiukkanen löytyy alueesta $0 \leq x \leq a$? Onko tulos odotustesi mukainen, jos $b = 2a$? (2p)

   c) Mikä on hiukkasen paikan odotusarvo eli $\langle x \rangle$, kun $b = 2a$? Onko tulos nyt odotustesi mukainen? (2p)

   d) Miten laskisit paikan keskihajonnan Δx (sinun ei tarvitse laskea sitä, riittää kirjoittaa tarvittavat yhtälöt). Miten keskihajonta liittyy kvanttimekaniikassa hiukkasen aalto-ominaisuuksiin? (2p)

3. Kurssilla on käsitelty moneen otteeseen aineen perusrakenneyksikköä, *atomia*. Kerro, miksi klassinen fysiikka ei pysty selittämään atomin rakennetta. Selitä tämän jälkeen, miten Bohr sai nimeään kantavalla atomimallilla ratkaistua ongelmat ja mitkä havainnot tukivat Bohrin näkemystä atomin rakenteesta. Mitä pahoja ongelmia Bohrin malliin kuitenkin liittyy ja miten kvanttimekaniikka auttoi ratkaisemaan nämä pulmat sekä selittämään Bohrin tuulesta temmatut postulaatit? Käsittele vastauksessasi erityisesti kulmaliikemäärää eli pyörimismäärää, kokonaisenergiaa sekä stationäärisiä tiloja. (8p)

KÄÄNNÄ

4. Vastaa seuraaviin kysymyksiin täsmällisesti mutta turhia jaarittelematta:

   a) Miten kvanttimekaaninen atomimalli pystyy selittämään alkuaineiden jaksollisen järjestelmän sekä alkuaineiden kemialliset ominaisuudet? (3p)

   b) Miten molekyylit He_2, HF sekä H_2O pysyvät koossa ja miten kvanttimekaniikka selittää kunkin molekyylin koossapysymisen? (2,5p)

   c) Miten selität kvanttimekaanisesti johteiden ja puolijohteiden erilaiset sähkönjohtavuudet sekä johtavuuksien erilaisen lämpötilariippuvuuden? (2,5p)

5. Isoäitisi/isoisäsi/setäsi/tätisi (valitse sopiva) on nuoruudessaan opiskellut fysiikkaa yliopistolla ja tehnyt sinne väitöskirjankin liittyen puolijohteiden röngenkristallografiaan. Mummo/vaari/setä/täti on kuitenkin viimeiset 30 vuotta lähinnä pyöritellyt papereita ja Excel-taulukoita, joten fysiikka on päässyt hieman unohtumaan. Kuultuaan sinun juuri opiskelleen aineen rakennetta hän innostuu ja pyytää sinua kertomaan uusimmat kuulumiset atomin ytimestä sekä sen ominaisuuksista ja koossapysymisestä.

   Erityisesti sinun pitäisi selvittää sanoin ja kuvin, (i) mitä tiedämme ytimen koosta sekä ytimen varaus- ja massajakaumista ja mitä johtopäätöksiä näistä voi vetää, (ii) mitä tiedämme ytimen sähköisistä ja magneettisista dipolimomenteista ja mitä johtopäätöksia näistä voi vetää, (iii) miten mallinnamme ydintä ja mitä asioita eri mallit pystyvät selittämään sekä (iv) miten ytimen ajatellaan pysyvän koossa. (8p)

Aputietoja:

Kantavektorien muunnos karteesisen koordinaatiston ja napakoordinaatiston välillä:

$$\hat{u}_r = \cos\phi\,\hat{u}_x + \sin\phi\,\hat{u}_y$$
$$\hat{u}_\phi = -\sin\phi\,\hat{u}_x + \cos\phi\,\hat{u}_y$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x, \quad \frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$
$$\sin x = \frac{1}{2i}\left(e^{ix} - e^{-ix}\right), \quad \cos x = \frac{1}{2}\left(e^{ix} + e^{-ix}\right)$$
$$e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$$