

## Mat-1.1020 Grundkurs L2

Mellanföreläsning 3 16.05.2011

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På föreläsningkod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutföreläsning eller mellanföreläsning med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

1. Den plana kurvan  $S$  har ekvationen  $x^2 - 2y^2 + 4xy + 6x - 12y = 15$  i standardkoordinat-systemet  $\{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ . Bestäm ett annat koordinatsystem  $\{O', \vec{e}_\xi, \vec{e}_\eta\}$  genom att förskjuta origo och vrida basvektorerna, så att ekvationen för  $S$  förenklas till formen  $a\xi^2 + b\eta^2 = q$ , där  $a > 0$  och  $q$  är något av talen 1, -1, 0. Beräkna konstanterna  $a, b, q$  och skissa kuran.
2. Beräkna med hjälp av en lämplig substitution:

$$\int_A (2x + 3y)^2 (x - 5y)^2 dx dy, \quad A: |2x + 3y| \leq 4 \quad \& \quad |x - 5y| \leq 3.$$

3. Kroppen  $A: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \quad \& \quad z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$  har konstant densitet. Beräkna a) kroppens tyngdpunkt (masscentrum) och b) faktorn  $k$  i formeln  $I_x = kmR^2$ , där  $I_x$  är kroppens tröghetsmoment med avseende på  $x$ -axeln och  $m$  är kroppens massa.
4. I planet  $T: 2x + 3y + 6z = 0$  i rummet finns ett plant område  $A$ , vars area = 1. Beräkna

$$\oint_{\partial A} [(x^2 + 3z)dx + (4x - y^2)dy + (8y - 2z^2)dz],$$

där man går runt begränsningskurvan  $\partial A$  moturs då man tittar på den långt bortifrån på positiva  $x$ -axeln.