

Aalto-yliopisto, Matematiikan laitos Peltonen, Huhtanen / Vuojamo
Mat-1.1030, Matematiikan peruskurssi L 3
1. välikoe, 11. 10. 2011

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

1. Tutkitaan ehdon

$$z = x + iy \mapsto \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & z = x + iy \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

määrittämään kompleksimuuttujan funktiota f .

- (a) Ovatko Cauchy-Riemannin yhtälöt voimassa origossa?
 - (b) Onko f derivoituva origossa?
 - (c) Onko f analyyttinen origossa?
2. (a) Etsi Möbius-kuvaus M , joka kuvaa yksikkökierokkeen ulkopuolen

$$\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 1\}$$

vasemmaksi puolitasoksi $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z < 0\}$ siten, että $M(1) = 0$ ja $M(-1) = \infty$.

- (b) Etsi kuvaus, joka kuvaa joukon $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 0 \text{ ja } \operatorname{Im} z \in (0, \frac{\pi}{2}]\}$ konformisesti vasemmaksi puolitasoksi $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z < 0\}$
- (c) Määrittää reaaliakselin alkukuvajoukko b)-kohdan kuvauksessa.

3. Etsi funktion

$$z \mapsto \frac{1}{z^2 + 3z + 2}$$

Laurentin kehitelmä alueessa $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 < |z - 1| < 3\}$.

4. Määrittää integraali

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \sin \theta}$$