

**Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu**

**Tietojenkäsittelytieteen laitos**

Tommi Junttila (puh. 23364)

**T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T (4 op)**

**Tentti tiistaina 20.12.2011 klo 13.00–16.00**

Merkitse jokaiseen vastauspaperiin:

- Nimi, tutkinto-ohjelma, opiskelijanumero
- Teksti: "T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T 20.12.2011"
- Tarkastettavaksi jättämiesi vastauspapereiden kokonaismäärä

1. Äärelliset automaattit ja säännölliset lausekkeet.

- (a) Osoita, että kieli  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w\text{:ssä on pariton määrä } a\text{-kirjaimia}\}$  on säännöllinen antamalla sille kuvaus säännöllisenä lausekkeena. 5p.
- (b) Osoita, että kieli  $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } aa \text{ eikä osajonoa } ca\}$  on säännöllinen antamalla sille kuvaus äärellisenä automaattina. 5p.
- (c) Laadi säännöllistä lauseketta  $bc(abc \cup ac)^*$  vastaava deterministinen äärellinen automaatti, jossa on mahdollisimman vähän tiloja. 5p.

2. Olkoon kieli  $L_1 = \{a^i b^{2i} \mid i \geq 1\}$  ja tarkastellaan kieltä

$$L = L_1^* = \{x_1 \dots x_n \mid n \geq 0 \text{ ja } x_1, \dots, x_n \in L_1\}.$$

- (a) Osoita, että  $L$  ei ole säännöllinen. 6p.
- (b) Laadi yhteydetön kielioppi kielelle  $L$ . 6p.
- (c) Esitä merkkijonojen  $abb$  ja  $aabbbbabb$  jäsenyspuut kieliopissasi. 2p.
- (d) Laadi pinoautomaatti, joka tunnistaa kielen  $L$ . 6p.

3. Laadi Turingin kone, joka tunnistaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w\text{:ssä on yhtä monta } a\text{:ta ja } b\text{:tä}\}.$$

Laatimasi kone voi halutessasi olla moninauhainen. Esitä koneesi tilakaaviona ja kuvaile sen toimintaidea sanallisesti.

Esitä laatimasi koneen laskennat syötteillä  $ab$  ja  $aca$ . 10p.

4. (a) Määrittele käsitteet rekursiivinen ja rekursiivisesti numeroituva kieli. Anna esimerkki kielestä, joka on rekursiivisesti numeroituva mutta ei rekursiivinen. (Kielen määrittelyn tulee olla täsmällinen, mutta ominaisuuksia ei tarvitse todistaa.) Onko kieli  $L_{\text{prime}} = \{x \in \{0, 1, \dots, 9\}^* \mid x \text{ on alkuluku}\}$  rekursiivinen tai rekursiivisesti numeroituva? Perustele vastauksesi lyhyesti. 5p.
- (b) Osoita seuraava väite joko todeksi tai epätodeksi: jos  $L_1$  ja  $L_2$  ovat yhteydettömiä kieliä, niin myös kieli  $L_1 \cap L_2$  on yhteydetön. 5p.
- (c) Määrittele "Ricen lause". Todista sen avulla, että on ratkeamaton ongelma selvittää onko mielivaltaisen Turingin koneen hyväksymä kieli säännöllinen (eli että kieli  $L_{\text{reg}} = \{c \in \{0, 1\}^* \mid L(M_c) \text{ on säännöllinen}\}$  ei ole rekursiivinen, missä  $M_c$  tarkoittaa merkkijonon  $c$  koodaamaa Turingin konetta). 5p.

*Yhteensä 60p.*