

## S-72.1110 Signaalit ja järjestelmät

Tentti 12.1.2012

Vastaa tehtävään 1, tehtävistä 2 – 7 otetaan huomioon neljä parhaiten suoritettua tehtävää.

Laskutehtävissä on esitettävä myös välivaiheet. Pelkkä numeerinen ratkaisu ei riitä.

---

1.

Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

- a) Esitä tiheysfunktioiden ja odotusarvojen avulla, milloin kaksi satunnaismuuttujaa ovat
  - i) tilastollisesti riippumattomia,
  - ii) korreloimattomia.
- b) Miten saadaan stationäärisen satunnaissignaalin autokorrelaatiofunktio, kun tunnetaan sen tehospektri?
- c) DFT:lla tutkitaan signaalin spektri taajuusalueella 0...5 MHz käyttäen 1024 näytettä. Kuinka suuri on näyteväli aika- ja taajuusalueessa?
- d) Erään IEEE802.15.4 standardin mukaisen radion vastaanottimen herkkyys on -98 dBm. Kuinka paljon tämä on Watteina?
- e) Signaali sisältää 2 Hz ja 4 Hz taajuuskomponentit. Signaalista otetaan näytteitä 4 Hz taajuudella. Mitä taajuuksia näytteistetty signaali sisältää?
- f) Määrittele ryhmäkulkuaikaviive (group delay)

2.

Yksi pulssityyppi, jota on ehdotettu käytettäväksi impulssiradiossa, on Gaussin pulssin 5. derivaatta

$x^{(5)}(t)$ . Pulssi voidaan määrittää käyttäen seuraavaa rekursiota

$$x^{(n)}(t) = \frac{d^n}{dt^n} x(t) = -\frac{n-1}{\sigma^2} x^{(n-2)}(t) - \frac{t}{\sigma^2} x^{(n-1)}(t), \quad n = 2, 3, \dots$$

$$x^{(1)}(t) = -\frac{At}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$x(t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

- Ratkaise Gaussin pulssin  $x(t)$  tehospektri
- Ratkaise pulssin  $x^{(5)}(t)$  tehospektri
- Miten pulssin kaistanleveys riippuu parametrilla  $\sigma$ ?

3.

Tarkastellaan järjestelmää, joka lähettää kantipulssin ajanhetkellä 0.

$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T}\right) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Kanava viivästyttää pulssia  $d$  sekuntia. Vastaanotettu signaali on

$$r(t) = x(t-d)$$

Vastaanotto perustuu sovitettuun suodattimeen, jonka impulssivaste on

$$h(t) = x^*(T-t)$$

- Ratkaise pulssin  $x(t)$  energia
- Ratkaise sovitetun suodattimen lähtösignaali tulosignaalin ollessa  $r(t)$

$$r(t) \otimes h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) r(t-\tau) d\tau$$

käyttäen graafista konvoluutiota kun  $A=1$  V,  $T=1$  s and  $d=0.5$  s.

4.

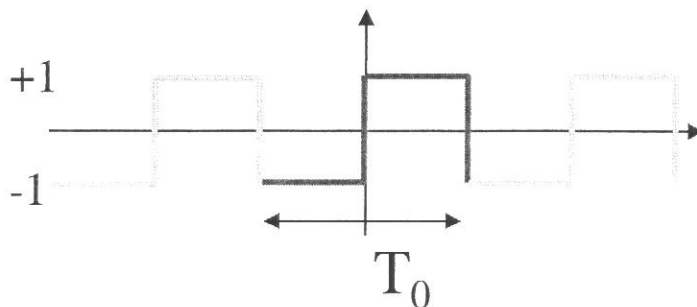
Oletetaan, että Butterworth -alipäästösuodattimen puolen tehon kaistanleveys on 50 kHz. Lisäksi vaadimme, että taajuudella 200 kHz vaimennuksen on oltava ainakin 25 dB. Etsi alin mahdollinen asteluku, joka tämän vaatimuksen täyttävällä Butterworth -suodattimella voi olla.

Butterworth -suotimen amplitudifunktio on

$$A(f) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{W}\right)^{2n} + 1}}$$

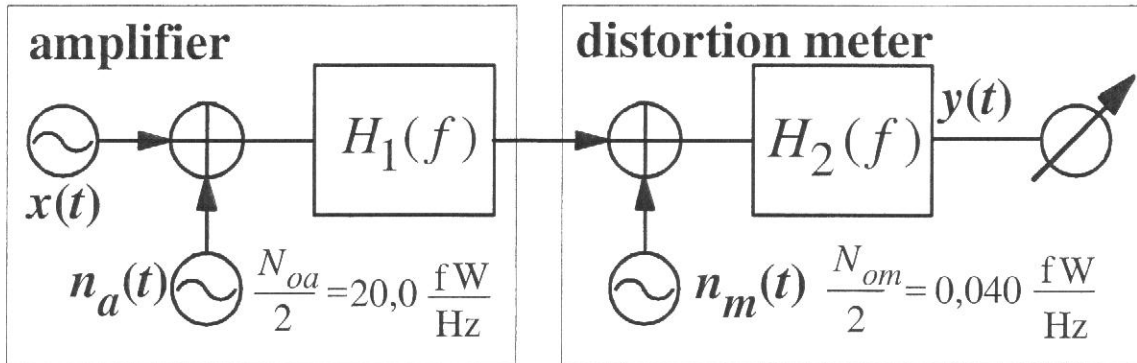
5.

Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista digitaalista kello-signaalia (kanttiaalto). Signaalin jaksonaika  $T_0 = 1$  ms.



- Ratkaise signaalin keskimääräinen teho
- Ratkaise signaalin eksponentiaalisen Fourier-sarjan kertoimet
- Mikä on signaalin harmoninen särö (total harmonic distortion)?

6.



Kuvassa on vahvistin, jonka kokonaissärökerroin mitataan särömittarilla. Vahvistinmallin signaali koostuu perustaajuisesta sinisignaalista jonka teho on 0,1 W ja sen harmonisista komponenteista. Vahvistimen lähtökohina suodatetaan ideaalisella alipäästösuodattimella, jonka tehovahvistus on 1 ja kaistanleveys 20 kHz. Särömittarissa syntyy myöskin vahvistimen kohinasta riippumaton kohinaa, ja siinä oleva ideaalinen alipäästösuodatin sisältää myös hyvin kapean kaistanpäästösuodattimen, joka särömittauksessa poistaa perustaajuisen signaalikomponentin vaikuttamatta merkittävästi mittariin tulevaan kohinatehoon. Tämän alipäästösuodattimen tehovahvistus on 1 ja kaistanleveys 200 kHz.

- Laske mittariin tuleva kohinateho.
- Mikä on pienin mitattavissa oleva kokonaissärökerroin, jos särötehon tulee olla vähintään yhtä suuri kuin kohinateho.