

1. Ulokesauvan vapaassa päässä ($x = L$) vaikuttaa vetävä voima F . Ratkaise tehtävä elementtimenetelmällä käyttäen korkeintaan kahta aktiivista vapausasetusta. Ratkaistavana on siten ongelma

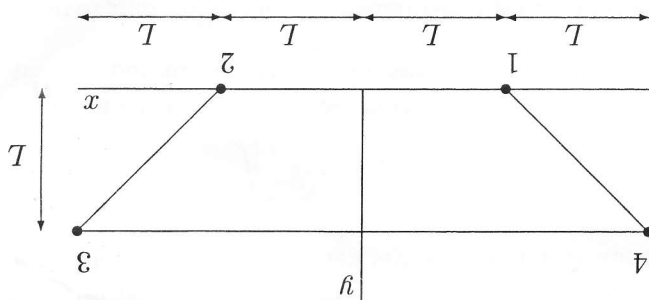
$$-\frac{d}{dx} \left(EA \frac{du}{dx} \right) = 0, \quad u(0) = 0, \quad N(L) = EA(L) \frac{du}{dx}(L) = F.$$

Sauvan aksiaalijäykkyys muuttuu lineaarisesti arvosta EA_0 sauvan kiinnityksessä päässä arvoon $\frac{1}{2}EA_0$ sauvan kuormitetussa päässä, eli

$$EA = EA_0(1 - (x/2L)).$$

Konstruoi elementtiverkko ja valitse elementtityyppi. Ratkaise myös normaali-voimajakama. Mitä voit sanoa ratkaisusi tarkkuudesta.

2. Määritä jännitystila ohaisen nelisolmuisen isoparametrisen tasojännitysilan elementin keskipisteessä. Solmupisteiden siirtymät ovat: $u_1 = u_2 = 0, u_3 = -2\Delta, u_4 = 2\Delta, v_1 = v_2 = \frac{1}{2}\Delta, v_3 = v_4 = 2\Delta$. Materiaalia kuvataan lineaarisesti kimmoisalla ja isotrooppisella mallilla, jonka parametrit ovat E ja ν .



KÄÄNNÄ!

3. Muodosta Eulerin-Bernoullin palkkimalliin perustuvan nelivapausasteisen elementin kiertymän θ interpolaatiofunktiot lähtien Timoshenkon palkkimallista, jossa taipumalla v ja kiertymällä θ on erilliset C_0 -interpolaatiot:

$$\begin{aligned} v &= N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 \Delta v \\ &= \frac{1}{2}(1 - \xi)v_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)v_2 + (\xi^2 - 1)\Delta v, \\ \theta &= N_1 \theta_1 + N_2 \theta_2 + N_3 \Delta \theta \\ &= \frac{1}{2}(1 - \xi)\theta_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)\theta_2 + (\xi^2 - 1)\Delta \theta. \end{aligned}$$

Kiertymän ja taipumat interpolaatioiden vapausasteet Δv ja $\Delta \theta$ voidaan elimi-
noida soveltamalla Bernoullin rajoitetta keskimääräisesti palkin alueella

$$\int_{-1}^{-1} \gamma d\xi = 0,$$

$$\int_{-1}^{-1} \xi \gamma d\xi = 0.$$

seka rajoitetta

Lopulliset vapausasteet ovat tietenkin $v_1, \theta_1, v_2, \theta_2$. Mikäli vapausasteet nume-
roidaan edellä kirjoitetussa järjestyksessä, laske elementin geometrisen jäykkyy-
smatriisin alkio K_{11} . Elementin geometrisen jäykkyydsmatriisi saadaan virtuaalisen

työn lausekkeen

$$\int_{I^{(e)}} N v_{,x} \delta v_{,x} dx$$

avulla, missä N on elementissä vaikuttava normaalivoima, joka voidaan nyt olet-
taa vakioksi. Leikkauksen lauseke on $\gamma = v_{,x} - \theta$.

4. Vastaa lyhyesti mutta mahdollisimman täsmällisesti seuraaviin kysymyksiin.

(a) Mitä tarkoitetaan painotettujen jännösten menetelmällä?

(b) Mitkä seikat määrittelevät elementin?

(c) Miten eroavat solmihin sidotut ja hierarkiset interpolaatiofunktiot ja mitä
tarkoittavat h - ja p -elementtimenetelmäversiot?

(d) Mitä tarkoitetaan pehmeällä ja kovalla reunaehdotapauksella Reissnerin-
Mindlinin laattamallissa ja mikä on niiden eron merkitys mallinnettaessa
laattarakenteita?

(e) Mitä tarkoitetaan nollaenergiamuodoilla?

(f) Mitä tarkoitetaan eksplisittii- ja implisittiiimenetelmillä ajasta riippuvien
tehtävien integroimisissa? Kerro menetelmien ominaisuuksista.