

TENTIN TIEDOT / TENT UPPGIFTER / EXAM INFORMATION

Kurssikoodi / Kurskod / Course code	Mat-2.3140	Kurssin nimi / Kursnamn / Course name	Lineaarinen ohjelmointi
Tentin päivämäärä / Tent datum / Exam date	15.12.2011	Tentin kesto / Provtid / Exam duration	3 h
Vastuuopettaja / Ansvarig lärare / Responsible teacher	Antti Toppila	Kieli / Språk / Language	SUOMI
Tentin tyyppi / Tent typ / Tent type	<input type="checkbox"/> Välikoe / Mellanprov / Midterm exam	<input checked="" type="checkbox"/> Tentti / Tent / Final exam	

SALLITUT APUVÄLINEET

TILLÄTNA HJÄLPMEDEL

ALLOWED MATERIAL

Tentissä saa käyttää vain kynää, kumia, viivainta ja harppia sekä niitä apuvälineitä jotka on oheiseen listaan merkitty sallituiksi.

I tenten får man använda enbart penna, radergummi, linjal och passare samt hjälpmedel som är markerat som tillåtet i listan nedan.

In the exam it is only allowed to use a pen, eraser, ruler and compass and the material that is marked as allowed in the list below.

	Sallittu Tillåten Allowed	Kielletty Förbjuden Forbidden
Funktiolaskin / Funktionsräknare / Regular calculator	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Graafinen laskin (tyhjennettävä) / Grafräknare (bör tömmas) / Graphical calculator (to be emptied)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Laininen: kaava- ja taulukkokokoelma (valvojat jakavat) / formel och tabellsamling / formula and table collection	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Mellin: kaava- ja taulukkokokoelma (opiskelijat tuovat itse) / formel och tabellsamling / formula and table collection	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Muu materiaali (materiaali eriteltynä ja ohjeet sen tarkastukseen alla) / Övrig material (nedan) / Other material (listed)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

MUUT OHJEET / ÖVRIGA ANVISNINGAR / OTHER INSTRUCTIONS

Tenttipaperi on palautettava valvojille Tentpapperet bör inlämnas åt övervakarna Exam paper must be returned	<input type="checkbox"/> Kyllä / Ja / Yes	<input checked="" type="checkbox"/> Ei / Nej / No
--	---	---

Kirjoita jokaiseen vastauslomakkeeseesi selvällä käsialalla tentin päivämäärä ja sali, kurssikoodi ja -nimi, opiskelijanumerosi, nimesi, koulutusohjelmasi ja allekirjoituksesi.

Skriv i varje svarsblankett tydligt tentens datum och sal, kurskod och -namn, samt ditt studienummer, namn, utbildningsprogram och underskrift.

Write clearly on every answer sheet the exam date and hall, course code and name, and your study number, name, study programme and signature.

Jätä apuvälineet joita ei tarvita tentissä (kuten kännykät tai muut elektroniset laitteet) salin reunalle tai valvojille.

Lämna de hjälpmedel som inte behövs i tenten (t.ex. mobiltelefoner och övriga elektroniska apparater) vid salens sidor eller åt övervakarna.

Leave material that is not needed in the exam (e.g. mobile phones or other electronic devices) on the sides of the hall or to the supervisors.

Pidä opiskelijakorttisi tai henkilöllisyystodistuksesi esillä koko tentin ajan.

Håll ditt studiekort eller identitetsbevis framme under hela tenten.

Keep your student card or identity certificate visible during the exam.

Suttupaperit merkitään kirjoittamalla paperiin suurilla kirjaimilla sana "SUTTU" ja vetämällä henkselit kirjoitusta sisältävien sivujen yli. Suttupapereita ei arvostella.

Klotterpapperen markeras med att skriva med stora bokstäver ordet "SUTTU" och med att dra ett kryss över varje sida som innehåller skrift. Klotterpapperen bedöms ej.

Scratch papers are marked with the word "SUTTU" in capital letters and by drawing a large cross over all pages that have writing on them. Scratch papers are not graded.

Tentissä noudatetaan yliopiston tenttiohjesääntöä.

I tenten följer man universitetets tentamensregler.

The university's exam regulations are followed in the exam.

Tenttikysymykset alkavat seuraavalta sivulta. Älä avaa ilman lupaa!

Tentfrågorna börjar på nästa sida. Öppna inte utan tillstånd!

Exam questions start on the next page. Do not open without permission!

Tentissä on viisi tehtävää, jotka arvostellaan asteikolla 0-6. Tehtävien alakohdat ovat keskenään samanarvoisia ellei toisin mainita.

Tehtävä 1

Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Perustele vastauksesi.

- Kanta on degeneroitunut jos ja vain jos sitä vastaava kantamatriisi on singulaarinen.
- Optimissa muuttujan redusoitu kustannus voi poiketa nolasta vain jos muuttujan arvo on nolla.
- Standardimuotoinen tehtävä on epäkäypä jos ja vain jos sen duaali on epäkäypä tai rajoittamaton.
- Käytännössä kaikki ratkaisualgoritmit, jotka soveltuvat suurten kokonaislukuoptimointitehtävien ratkomiseen ovat polynomiiaikaisia.

Tehtävä 2

- Viiidestä vaihtoehdosta halutaan toteuttaa mahdollisimman monta seuraavien rajoitusten vallitessa:
 - Vaihtoehtoa 1 ei voi toteuttaa ellei vaihtoehtoa 2 tai 3 ole toteutettu.
 - Vähintään 1 mutta enintään 2 vaihtoehtoa 2-5 toteutetaan.
 - Vaihtoehto 5 voidaan toteuttaa vain jos vaihtoehtoa 1 ei ole toteutettu, paitsi jos vaihtoehdot 3 ja 4 on toteutettu.

Formuloi ongelma lineaarisen kokonaislukuoptimoinnin tehtävänä.

- Olkkoon matriisi $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, vektorit $b \in \mathbb{R}^n$ ja $c \in \mathbb{R}^m, c \geq 0$ sekä päätösvektori $x \in \mathbb{R}^m$. Formuloi (jatkuvana) lineaarisen ohjelmoinnin tehtävänä

$$\min \sum_{j=1}^m c_j |x_j| \quad \text{s.e. } Ax \geq b .$$

Tehtävä 3

Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{aligned} \min \quad & 13x_1 + 10x_2 + 6x_3 \\ \text{s.e.} \quad & \text{con1: } 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \\ & \text{con2: } 3x_1 + x_2 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 . \end{aligned} \tag{1}$$

- Muodosta tehtävän Simplex-tilukko, kun kannassa ovat muuttujat x_2 ja x_3 .
- Mitä Simplex-tilukosta löytyy? Anna tilukon osille geometrinen tulkinta.
- Ratkaise tehtävä Simplex-algoritmilla alkaen muodostamastasi tilukosta.
- Muodosta tehtävän duaali ja piirrä Simplex-algoritmin kulku duaaliavaruuteen.

Tehtävä 4

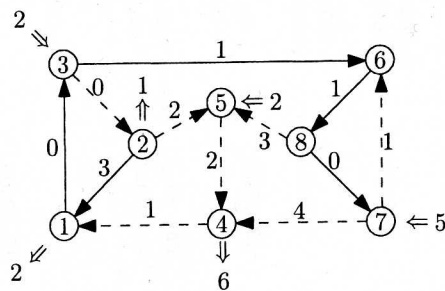
Jatketaan tehtävän 3 lineaarisen ohjelman (1) tarkastelua. Taulukossa 1 on tehtävän herkkyysohjelmaa. Vastaa raportin avulla (ratkaisematta tehtävää uudelleen) seuraaviin kysymyksiin:

- Kuinka paljon muuttujan x_2 kustannus saa muuttua ennen kuin se tulee kantaa? Entä muuttujan x_3 kustannus?
- Kumpi on kannattavampaa: (i) vähentää rajoitteen con1 oikeaa puolta 2 yksikköä jos siitä joutuu maksamaan 3 yksikköä vai (ii) lisätä rajoitteen con2 oikeaa puolta 2 yksikköä jos kustannuksista tällöin saa vähentää 6 yksikköä?
- Tehtävään lisätään epänegatiivinen muuttuja x_4 ja sitä vastaava yksikkökustannus $c_4 = -2$ ja rajoitusmatriisiin sarake $A_4 = (7, -6)$. Muuttuuko optimaalinen kanta?
- Oletetaan että tehtävään lisätään epäyhtälörajoite, jonka seurauksena optimaalinen kanta muuttuu. Miten voidaan alkuperäisen tehtävän optimaalista Simplex-taulukkoa hyödyntää duaalisimplex-algoritmin alustamisessa?

Tehtävä 5

Tarkastelemaan kuvan 1 kapasiteettirajoituksetonta verkkotehtävää, missä jokaisen kaaren viereen on merkitty kaarikustannus ja kaksoisnuolilla on merkitty lähteiden ja nielujen kapasiteetit. Katkoviivalla on verkkoon merkitty virityspuu.

- Muodosta ongelmasta standardimuotoinen lineaarisen ohjelmoinnin tehtävä.
- Ratkaise tehtävä verkkosimplexillä alkaen merkitystä virityspuusta.



Kuva 1: Verkkotehtävä

Taulukko 1: Herkkyyssanalyysiraportti.

No. Row name	St	Activity	Slack Marginal	Lower bound Upper bound	Activity range	Obj coef range	Obj value at Limiting break point variable
1 con1	NS	8.00000	2.00000	8.00000 8.00000	5.00000 +Inf	-Inf +Inf	13.00000 x[3] +Inf
2 con2	NS	3.00000	1.00000	3.00000 3.00000	4.80000	-Inf +Inf	16.00000 x[1] 20.80000 x[3]
3 objective	BS	19.00000	-19.00000	-Inf +Inf	40.00000 19.00000	-1.00000 +Inf	x[2] +Inf
No. Column name	St	Activity	Obj coef Marginal	Lower bound Upper bound	Activity range	Obj coef range	Obj value at Limiting break point variable
1 x[3]	BS	1.00000	6.00000	+Inf	1.66667 1.00000	-25.50000 +Inf	-12.50000 x[2] +Inf
2 x[2]	NL		10.00000 7.00000	+Inf	-4.50000 3.00000	3.00000 +Inf	-12.50000 x[3] 40.00000 x[4]
3 x[1]	BS	1.00000	13.00000	+Inf	1.00000 -Inf	-Inf 34.00000	-Inf 40.00000 x[2]