

# Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

2. välikoe 05.05.2012 / Kibble

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* seuraavat tiedot:

- Mat-1.2620 SovTnB 2. vk 05.05.2012
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

**Sallitut apuvälineet:** *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

**Vastausohje:** *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. Valimo valmistaa palkkeja. Palkkien paksuus (tuumaa) vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa odotusarvona  $\mu$  ja varianssina  $\sigma^2$ , jotka ovat tuntemattomia. Palkkien joukosta poimittiin yksinkertainen satunnaisotos jonka koko oli  $n=7$  ja mitattiin palkkien paksuus: 9.8, 10.2, 10.4, 9.8, 10.0, 10.2, 9.6.

- Määrää odotusarvon ja varianssin harhattomat estimaatit.
- Määrää 95 %:n luottamusväli palkkien paksuuden odotusarvolle.
- Lyhyesti, selitä mitä kohdassa (b) laskettu luottamusväli tarkoittaa?

2. Eräessä kokeessa verrattiin kahta sademäärän mittaukseen käytettävää laitetta. Kummallakin laitteella mitattiin sademäärät *samalla paikalla* 6 sadepäivän aikana. Mittaustulokset (sademäärät mm:nä) on annettu alla olevassa taulukossa.

Testaa hypoteesia, että mittarit tuottavat keskimäärin samoja mittaustuloksia, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että mittarit tuottavat keskimäärin eri mittaustuloksia. Käytä testissä 1 %:n merkitsevyystasoa.

Laite	1	2	3	4	5	6
A	1.3	9.6	0.3	1.4	5.9	0.5
B	1.4	10.3	0.3	1.5	6.1	0.6

3. Jotkut kuluttajat uskovat, että maanantaisin valmistetut autot sisältävät todennäköisemmin vakavia vikoja kuin muina viikonpäivinä valmistetut. Tämän teorian tueksi poimitaan maanantaina valmistetuista autoista tarkastettavaksi sadan auton suuruinen yksinkertainen satunnaisotos. Näistä autoista kahdeksan havaitaan sisältävän vakavia vikoja. Muina viikonpäivinä valmistetuista autoista poimitusta 200 auton suuruisesta yksinkertaisesta satunnaisotoksesta löydetään 12 autoa, joissa on vakavia vikoja.

Testaa 1% merkitsevyystasoa käyttäen hypoteesia, jonka mukaan vakavia vikoja sisältävien autojen suhteellinen osuus on suurempi maanantaina valmistettujen autojen joukossa kuin muina viikonpäivinä valmistettujen autojen joukossa.

4. Eräässä tutkimuksessa selvitettiin, ovatko USA:n Illinois'n osavaltion äänestäjien verouudistusta koskevat mielipiteet riippumattomia heidän tulotasostaan. Tutkimuksessa poimittiin tuhannen rekisteröidyn äänestäjän suuruinen yksinkertainen satunnaisotos, joka luokiteltiin tulotason (matala, keskisuuri tai korkea) ja verouudistusta koskevan kannan (puolesta tai vastaan) mukaan. Havaitut frekvenssit on esitetty alla olevassa taulukossa.

Testaa  $\chi^2$  -riippumattomuustestiä käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan äänestäjän verouudistusta koskeva mielipide ja tulotaso ovat riippumattomia. Käytä testissä 5% merkitsevyystasoa.

Tulotaso → Mielipide ↓	Matala	Keskisuuri	Korkea
Puolesta	182	213	203
Vastaan	154	138	110

5. Mitattaessa neljän henkilön verenpainetta saatiin seuraavat tulokset (X on henkilön ikä ja Y henkilön verenpaine):

x	40	55	60	65
y	125	152	150	158

$$\bar{x} = 55.00 \quad s_x^2 = 116.67$$

$$\bar{y} = 146.25 \quad s_y^2 = 212.25$$

$$s_{xy} = 151.67$$

- (a) Määrää tavanomaisen yhden selittäjän lineaarisen regressiomallin

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

regressiokertoimien  $\beta_0$  ja  $\beta_1$  pienimmän neliösumman (PNS-) estimaatit.

- (b) Jäännösvariانسin  $\sigma^2$  harhattomaksi estimaatiksi tutkijat laskivat arvon  $s^2 = 22.625$ . Ennusta muuttujan y keskimääräinen arvo, kun  $x = 50$ . Määrää myös 95%:n luottamusväli ennusteelle.