

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

Tentti ja syksyn 2011 kurssin välikokeiden uusinnat 14.1.2012 / Mellin

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2600 SovTnA 1.vk / 2.vk / tentti 14.1.2012
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Lue *tarkasti* seuraavat ohjeet:

- (1) Jos olet *uusimassa 1. välikoetta*, vastaa kysymyksiin 1-3.
- (2) Jos olet *uusimassa 2. välikoetta*, vastaa kysymyksiin 4-7.
- (3) Jos olet *suorittamassa kurssia tentillä*, vastaa kysymyksiin 1-2 ja 4-6.
- (4) Jos olet *suorittamassa 1. välikoetta ensimmäisen kerran ja saanut siihen erikoisluvan*, vastaa kysymyksiin 1-3 ja 8.
- (5) Jos olet *suorittamassa 2. välikoetta ensimmäisen kerran ja saanut siihen erikoisluvan*, vastaa kysymyksiin 4-7 ja 9.

Merkitse vastauspapereihisi selvästi mitä vaihtoehtoa olet suorittamassa!

Huomaa: Tentin kesto on 4 h, uusintavälikokeen kesto on 3 h.

Sallitut apuvälineet: Ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä *laskin* ja Mellinin *kaava- ja taulukkokokoelmat*.

Vastaa *lyhyesti* ja *ytimekkäästi*, mutta *perustele ratkaisusi*. Pelkkä lukuarvo vastauksena *ei anna* pisteitä.

1. Hajamielinen professori unohtaa sateenvarjonsa *ruokakauppaan* todennäköisyydellä 0.3, *vaatekauppaan* todennäköisyydellä 0.4, *kirjakauppaan* todennäköisyydellä 0.5 ja *yliopistoon* todennäköisyydellä 0.6. Eräänä päivänä hän lähtee *kotoaan yliopistoon* sateenvarjo mukanaan. Palatessaan kotiin hän käy *ensin kirjakaupassa, toiseksi vaatekaupassa ja lopuksi ruokakaupassa*. Kotona hän huomaa unohtaneensa sateenvarjonsa jonnekin.

Mikä on todennäköisyys, että sateenvarjo on jäänyt *vaatekauppaan*?

2. Radioaktiivisten aineiden säteilyä mitataan Geiger-laskurilla rekisteröimällä impulssien lukumäärä 60 sekunnin aikana. Oletetaan, että impulssien lukumäärä sekunnissa noudattaa *Poisson-jakaumaa* niin, että keskimääräinen impulssien lukumäärä sekunnissa on 20.
 - (a) Määrää *odotettavissa oleva impulssien lukumäärä* 2 minuutin aikana.
 - (b) Määrää *keskimääräinen odotusaika* seuraavalle impulssille.
 - (c) Määrää todennäköisyys, että impulsseja tulee 2 minuutissa *korkeintaan* 2350.

3. Olkoon $U = X + Y$, jossa X ja Y ovat riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat *jatkuvaa tasaista jakaumaa* välillä $[0,1]$:

$$X \sim \text{Uniform}(0,1), Y \sim \text{Uniform}(0,1)$$

Määää $\Pr(1 \leq U \leq 2)$.

4. Eräässä kokeessa verrattiin kahta terästehtaalla käytettävää teräksen lämpömittaria, A ja B. Kokeessa mitattiin viiden teräserän lämpötilat kummallakin mittarilla. Mittaus-tulokset on annettu alla olevassa taulukossa.

Mittari	1	2	3	4	5
A	710	720	730	740	750
B	715	720	735	740	755

Testaa 5 %:n merkitsevyytensä käyttäen *nollahypoteesia*, jonka mukaan mittarit A ja B tuottavat *keskimäärin samoja lukemia*, kun *vaihtoehtoisena hypoteesina* on, että *lukemat eroavat keskimäärin toisistaan*.

5. Kyselytutkimuksella haluttiin selvittää jakautuiko kolmen presidenttiehdokkaan, A, B ja C kannatus kunnissa X ja Y samalla tavalla. Tutkimusta varten kunnasta X poimittiin satunnaisotos, jonka koko oli 400 ja kunnasta Y satunnaisotos, jonka koko oli 600. Kyselyn tulokset on annettu alla olevassa taulukossa.

		Ehdokas		
		A	B	C
Kunta	X	100	200	100
	Y	150	250	200

Testaa 1 %:n merkitsevyytensä käyttäen *nollahypoteesia*, jonka mukaan ehdokkaiden A, B ja C *kannatus jakautuu kunnissa X ja Y samalla tavalla*.

6. Polymeerin viskositeetti (muuttuja y) riippuu prosessin lämpötilasta (muuttuja x_1) ja erään katalyytin syöttönopeudesta (muuttuja x_2). Riippuvuutta tutkittiin mittaamalla viskositeetti 16 lämpötilan ja katalyytin syöttönopeuden kombinaatiolle ja estimoimalla saadusta havaintoaineistosta lineaarinen regressiomalli

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$$

Testaa *nollahypoteesia*

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

1 %:n merkitsevyytensä käyttäen, kun selitettävän muuttujan y havaittujen arvojen ja estimoidun mallin sovitteiden välinen korrelaatiokerroin oli 0.7.

7. Tutkimuksessa verrattiin miesten ja naisten verenpaineita (ns. alapaine) ikäryhmässä 50–60 vuotta. Tutkimukseen valittiin satunnaisesti 81 miestä ja 91 naista. Miesten verenpaineiden aritmeettinen keskiarvo oli 95 ja otoskeskihajonta oli 6, kun taas naisten verenpaineiden aritmeettinen keskiarvo oli 93 ja otoskeskihajonta oli 4.

Testaa 1 %:n merkitsevyytensä käyttäen *nollahypoteesia*, että *miesten ja naisten keskimääräiset verenpaineet olivat yhtä suuret*, kun *vaihtoehtoisena hypoteesina* on, että *naisten keskimääräinen verenpaine oli alempi*.

8. Virtapiiri koostuu 25 samanlaisesta sähköisestä komponentista, jotka on kytketty *sarjaan*. Määrittää virtapiiriin *odotettavissa oleva elinikä*, jos vikaantuneiden komponenttien lukumäärä on satunnaismuuttuja, joka jakautuu *Poisson-jakauman* mukaan niin, että vikaantumisten keskimääräinen lukumäärä vuodessa on 2.
9. Eräästä kahden muuttujan x ja y aineistosta, jossa havaintojen lukumäärä $n = 20$, estimoitettiin pienimmän neliösumman menetelmällä muuttujan x regressiosuora muuttujan y suhteen:

$$(1) \quad x_i = \alpha_0 + \alpha_1 y_i + \delta_i$$

ja muuttujan y regressiosuora muuttujan x suhteen:

$$(2) \quad y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Estimoitujen regressiosuorien yhtälöiksi saatiin:

$$(1)' \quad y = -2 - x \quad (x\text{:n regressiosuora } y\text{:n suhteen)}$$

ja

$$(2)' \quad y = -11 - 4x \quad (y\text{:n regressiosuora } x\text{:n suhteen)}$$

Testaa *nollahypoteesia*

$$H_0 : \alpha_1 = 0$$

1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on

$$H_1 : \alpha_1 \neq 0$$

Huomautus: \log tarkoittaa kaavakokoelmassa *luonnollista logaritmia* eli logaritmia, jonka kantalukuna on e .