

Laskimet ja taulukkokirjat eivät sallittuja.

Tehtävät

1. a) Selvitä suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}}{n!}.$$

- b) Suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k-1}{k^2+1}$$

itseisesti eli absoluuttisesti?

- c) Suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k-1}{k^2+1}?$$

2. Määritä potenssisarjan

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^k}{k(k+1)}$$

suppenemissäde ja suppenemisväli.

3. Määritellään $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ seuraavasti: $f(0,0) = 0$ ja muulloin

$$f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{|x|+|y|}}.$$

- a) Tutki onko f jatkuva origossa.
b) Laske funktion osittaisderivaatta $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ (eli f_{12} eli f_{xy}), kun $x, y > 0$.
c) Selvitä onko f :llä ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat $\frac{\partial f}{\partial x}$ ja $\frac{\partial f}{\partial y}$ origossa.
4. Etsi funktion $f(x,y) = xy^2$ suurin ja pienin arvo ellipsillä $2x^2 + y^2 = 24$ käyttämällä Lagrangen menetelmää.