

MERKITSE PAPERIIN SELVÄSTI SUORITATKO TENTIN VAI VK UUSINNAN!

VK1: Tehtävät 1-5. / VK2: Tehtävät 6-10. / Tentti: Tehtävät 1,4,6,8 ja 9.

1. Planckin spektraalinen energiatiheys on

$$\frac{dU}{df} = \frac{hf}{e^{hf/k_B T} - 1} \frac{8\pi V}{c^3} f^2.$$

a) Miten ja miksi Planck perusteli, että klassisesta fysiikasta johdettu termi $k_B T$ pitää korvata termillä $\frac{hf}{e^{hf/k_B T} - 1}$? Mitä tämä termi kuvaa ja miten se voidaan johtaa? (4p)

b) Osoita, että tämän saman termin ansiosta kvanttimekaaninen tulos suppenee äärelliseksi suurilla taajuuksilla. (2p)

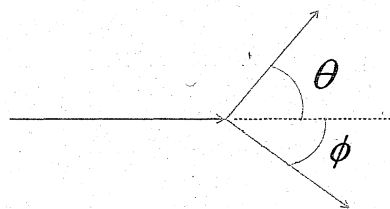
2. a) Osoita, että Compton-sirontailmiötä kuvaavat kulmat liittyvät toisiinsa yhtälön

$$\cot \frac{\theta}{2} = \left(1 + \frac{h}{mc\lambda}\right) \tan \phi$$

mukaan (Ks. viereinen kuva). Suhteellisuusteoreettisesti lepomassa m_0 muuttuu nopeuden v funktiona massaksi $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ja massaan liittyvä energia on $E = mc^2$.

(4p)

b) Mitä Compton-sironnassa tapahtuu, mitä erikoista kokeessa havaittiin ja mikä on kokeen ja sen selityksen merkitys modernissa fysiikassa? (2p)



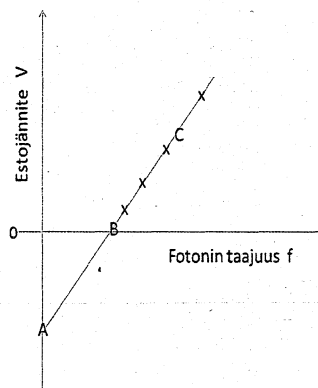
3. a) Kuvaile mikä on valosähköinen ilmiö ja ilmiön havaitsemiseen tarvittava koelaitteisto ja sen toimintaperiaate. (2p)

b) Valosähköisen ilmiön havaitsemisessa voidaan myös mitata ylläoleva tulos, jossa on kuvattu estojännitteen arvoja fotonin taajuuden funktiona. Kuvassa ristillä on merkitty yksittäisiä mittaustuloksia, jotka on sitten yhdistetty suoralla viivalla. Mikä on suoran kulmakerroin? (1p)

c) Miten määräytyy pisteen A estojännitteen arvo? (1p)

d) Mitä tapahtuu pisteen B parametreilla (estojännite on nolla), mikä on vastaava taajuuden arvo? (1p)

e) Mitä tapahtuu yleisesti pisteen C parametreilla? (1p)



4. Hiukkanen voi liikkua äärettömän kovassa potentiaaliboksissa x-akselin välillä
- $[x = 0, x = a]$
- . Sen aaltofunktio ajanhetkellä
- $t = 0$
- on

$$\psi(x, t = 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

a) Mikä on hiukkasen aaltofunktio ajanhetkellä $t > 0$?

b) Mikä on hiukkasen keskimääräinen energia ajanhetkinä $t = 0$ ja mielivaltaisella ajanhetkellä $t > 0$?
Apuneuvo: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. HUOM! Kyseessä on ei stationaarinen tila vaan parin stationaarisen tilan summa.

5. Vetyatomin elektroni on ei-stationäärisessä tilassa, jonka aaltofunktio on radiaali- ja kulmaosien avulla esitettyinä

$$\psi(t=0) = \frac{1}{2}R_{1s}Y_{00} + \frac{1}{4}R_{2p}Y_{1-1} + \frac{1}{4}R_{3p}Y_{1+1}.$$

Laské: a) Energian odotusarvo, b) Energian mahdolliset mittausrvöt (energian mittaauksissa saatavat mahdolliset arvot) c) kulmaliikemäärän suuruuden odotusarvo d) kulmaliikemäärän z-komponentin mahdolliset mittaauksissa saatavat arvot.

6. Vaihtoehto kvanttifysiikalle-tapahtumassa Konttilyopiston erikoistutkija Rauno Murju esitti seuraavia uusia tutkimustuloksia aineen mikrorakenteesta:

- a) Pystyn selittämään alfa-hiukkasten siroamisen ohuesta metallikalvosta Thomsonin atomimallilla.
 b) Olen havainnut vedylle viritetyn tilan $2d$.
 c) Olen onnistunut mittaamaan yhtäaikaaisesti $3p$ elektronin ratakulmaliikemäärävektorin kaikki kolme vektorikomponenttia kokeessa, jonka tulosten tarkkuutta rajoittavat vain mittalaitteiden virheet.
 (d) Olen havainnut sähköisen dipolisiirtymän $2s \rightarrow 1s$.

Myrskyisten suosionosoitusten tauottua teekkari NN käytti lyhyen puheenvuoron, jossa hän totesi tulokset (a)-(d) virheellisiksi vedoten neljään keskeiseen, aiemmin todeksi osoitettuun, atomifysiikan peruslakiin. Mitä hän sanoi?

7. Eräissä kaksiatomisissa molekyyliissä atomien välinen potentiaalienergia voidaan esittää ytimien välisen etäisyyden funktiona Morse-potentiaalin muodossa

$$E_p(r) = D \left(1 - e^{-a(r-r_0)} \right)^2,$$

missä D , a , ja r_0 ovat kokeellisesti määrättäviä vakioita. Mihin molekyylien fysikaalisiin ominaisuuksiin nämä vakiot liittyvät?

Vinkki: Etsi potentiaalienergian minimi $dE_p(r)/dr = 0$, tarkastele lauseketta suurilla etäisyyksillä $E_p(r \rightarrow \infty)$ ja tarkastele lopuksi potentiaalin Taylorin sarjaa $E_p(r) \approx Da^2(r - r_0)^2$ tasapainoaseman läheisyydessä $r = r_0$.

8. Molekyylielle kuten CO, joilla on pysyvä sähköinen dipolimomentti, rotaatio-tilojen välisten sähkö-dipolitransitioiden valintasääntö on $\Delta l = \pm 1$. a) Laske CO:n hitausmomentti ja karakteristinen rotaatioenergia E_{0r} , kun $r_0 = 0,113$ nm. (b) Laske energiatasot $l = 0, 1, \dots, 5$ ja (c) emittoituvien fotoneiden energiat kun $\Delta l = -1$. (d) Laske lisäksi emittoituvien fotoneiden aallonpituudet. (hiilen järjestysluku on 6 ja hapen 8)
- 9 a) Maxwell-Boltzmann systeemissä on 4 klassista hiukkasta energiatasoilla $E_i = 0, 1e, 2e, 3e, \dots$. Hiukkasten kokonaisenergia on $6e$. Kunkin tason degeneraatio on $g_i = 2$. Mitkä ovat mahdolliset makrotilat ja kuinka monta mikrotilaa niihin sisältyy? (4p)
 b) Mitkä ovat mahdolliset makrotilat ja niihin sisältyvien mikrotilojen lukumäärät, jos hiukkaset ovat fermioneja? (2p) Ohje kohtaan b) päättelee kuhunkin energiatasoon liittyvien mikrotilojen lukumäärä Paulin kieltoasäännön avulla ja kerro eri energiatasojen mikrotilamäärät lopuksi keskenään saadaksesi makrotilaan liittyvän mikrotilalukumäärän.

- 10 Lämpökapasiteetti C_V (tilavuus vakio) määritellään kaavalla $(\partial U / \partial T)_V$.

a) Käyttäen avuksi fotonikaasun energiatiheyden lauseketta, laske fotonikaasun lämpökapasiteetti tilavuuden yksikköä kohden. b) Mikä on kohdan a):n lausekkeen arvo 300 K lämpötilassa?

$m_e = 9,1091 \times 10^{-31}$ kg	$m_p = 1,6725 \times 10^{-27}$ kg	$m_n = 1,6748 \times 10^{-27}$ kg	amu = $1,6605 \times 10^{-27}$ kg
$e = 1,6021 \times 10^{-19}$ C	$c = 2,9979 \times 10^8$ m/s	$\hbar = 1,0545 \times 10^{-34}$ Js	$\mu_B = 9,2732 \times 10^{-24}$ JT ⁻¹
$\epsilon_0 = 8,8544 \times 10^{-12}$ C ² N ⁻¹ m ⁻²	$K_e = 1 / 4\pi\epsilon_0$	$\mu_0 = 1,2566 \times 10^{-6}$ mkgC ⁻²	$K_m = \mu_0 / 4\pi$
$\gamma = 6,670 \times 10^{-11}$ Nm ² kg ⁻²	$N_A = 6,0225 \times 10^{23}$ mol ⁻¹	$R = 8,3143$ JK ⁻¹ mol ⁻¹	$k = 1,3805 \times 10^{-23}$ JK ⁻¹