

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *rakenteinen induktio*, *De Morganin säännöt* ja *Herbrand struktuuri*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\Sigma \models \phi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \models \neg\phi$, niin Σ on toteutumaton.
(4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg C) \wedge (B \rightarrow D) \rightarrow (C \rightarrow D))$.
- (b) $\{\exists x(A(x) \vee B(x) \vee C(x))\} \models \forall x\neg A(x) \rightarrow (\forall y\neg B(y) \rightarrow \exists zC(z))$.

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\forall xP(x) \vee \exists y\forall xQ(x,y) \rightarrow \forall x(P(x) \vee \exists yQ(x,y)))$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Määrittele predikaatti $D(x, y) =$ “luku y on kaksinkertainen lukuun x verrattuna” predikaattilogiikan lausein siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut (yllä kuvatulla tavalla esitettynä).
- (b) Anna vastamalli, jonka perusteella määritelmästäsi ei seuraa loogisesti

$$\forall x\forall y\forall z(D(x, y) \wedge D(y, z) \rightarrow D(x, z)).$$

Tehtävä 5 (10p)

- (a) Johda ohjelmalle `if (x < y) then {z = y - x} else {z = x - y}` heikoin esiehto lähtien liikkeelle *jälkiehdosta* ($z > 0$). (4p)
- (b) Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Copy:

$$z = x ; y = 0 ; \text{while}(! (z == 0)) \{y = y + 1 ; z = z - 1\}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen (6p), että

$$\models_p [\text{true}] \text{Copy} [(y == x)].$$